

4.2.3. Une autre optique pour dégager le DWL lié à l'EV

Nous allons tout d'abord dégager la courbe de demande de Marshall et la courbe de demande de Hicks pour le bien X.

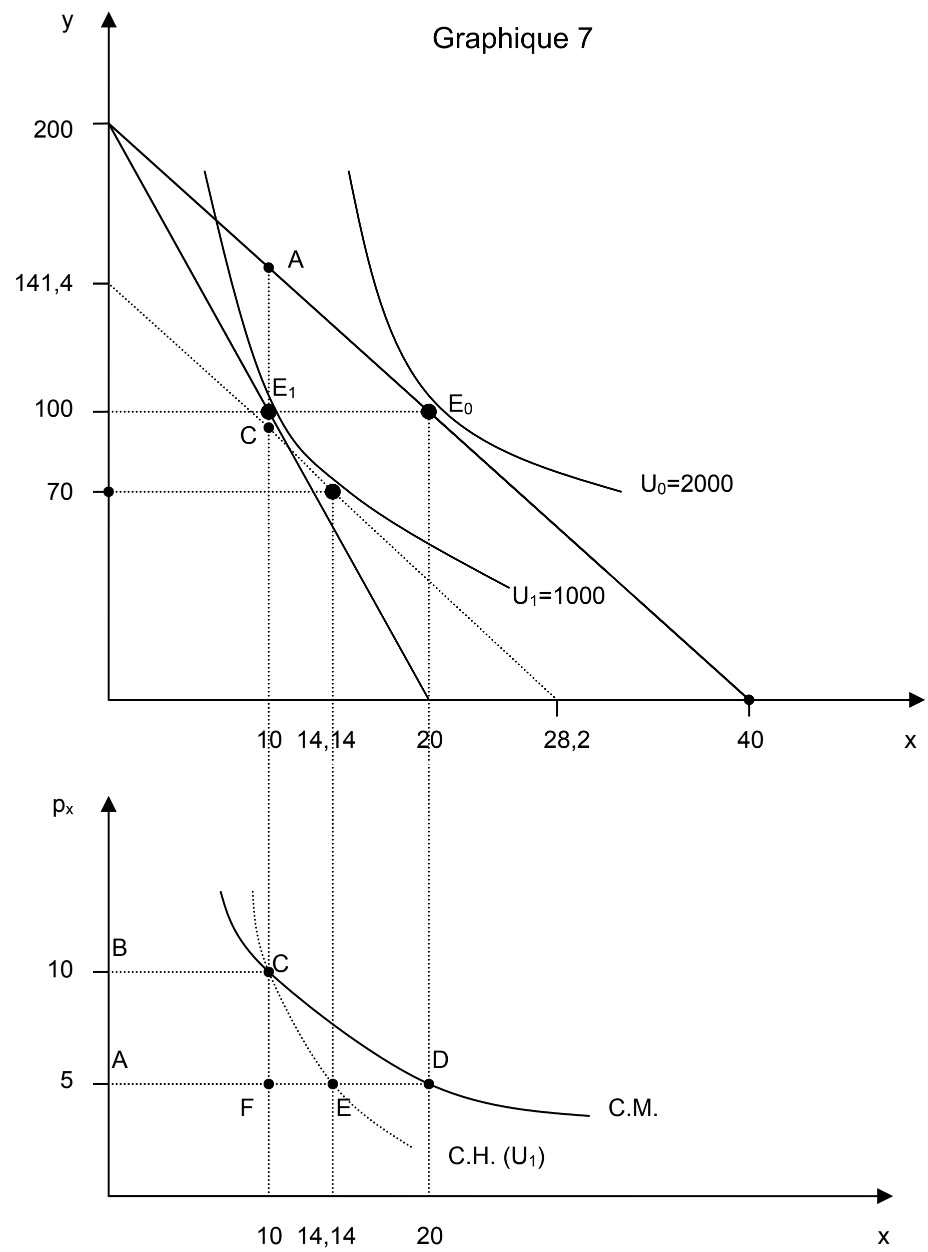
La courbe de demande de Marshall (C.M.), ou courbe de demande tout court[1], indique pour chaque niveau de prix, la quantité demandée à ce prix, les autres variables exogènes, notamment le revenu et le prix du bien Y étant constantes.

La courbe de demande de Hicks (C.H.), appelée également courbe de demande compensée ou courbe de demande à utilité constante, ne reprend que l'effet de substitution et non pas l'effet prix tout entier qui se compose outre l'effet de substitution également d'un effet de revenu.

---

1 appelée aussi courbe de demande à revenu nominal constant ou courbe de demande non compensée.

Graphiquement, ces deux demandes se déduisent comme suit :



La taxe T_1 payée en présence de la taxe unitaire t_x = 5 est égale à 50 et peut être représentée par la surface BCFA.

L'EV est représentée par la surface BCEFA, donc définie par rapport à la courbe de demande de Hicks (C.H.).

Le DWL est, partant, la surface CEF qui est un « *presque triangle* », ne serait-ce la courbure de la demande de Hicks.

Nous savons, par l'analyse précédente, que EV = 58,6 et donc que DWL=8,6.

Le seul graphique ci-dessus – à défaut de disposer d'une expression algébrique de la courbe de demande de Hicks, que l'on dégagera plus tard – ne permet qu'un calcul approximatif de EV, et, partant, de DWL.

En faisant comme si le « *presque-triangle* » CFE était un triangle, on obtient l'approximation suivante du deadweight loss :

$$\frac{1}{2} \cdot (10 - 5) \cdot (14 - 10) = 10$$

Cette approximation du DWL est assez bonne. Nous en allons donner plus loin une expression plus générale.

5. Précisions techniques

Nous allons maintenant dégager l'expression algébrique des courbes de demande de Marshall et de Hicks, ce qui nous permettra de calculer de façon précise l'EV et le DWL à partir de la courbe de demande de Hicks.

Ce n'est qu'une fois trouvée les expressions algébriques des courbes de demande de Hicks que nous pouvons reprendre notre exemple numérique et calculer EV et DWL.

5.1. Les fonctions de demande de Marshall

Le consommateur va chercher à maximiser $U = x \cdot y$ sous sa contrainte budgétaire $R = p_x \cdot x + p_y \cdot y$.

Construisons la fonction de Lagrange :

$$L = x \cdot y + \lambda \cdot [R - p_x \cdot x - p_y \cdot y]$$

Alors :

$$\frac{\partial L}{\partial x} = U_x - \lambda \cdot p_x = y - \lambda \cdot p_x = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = U_y - \lambda \cdot p_y = x - \lambda \cdot p_y = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = R - p_x \cdot x - p_y \cdot y = 0 \qquad (3)$$

Il résulte de (1) et (2) que :

$$\lambda = \frac{y}{p_x} = \frac{x}{p_y}$$

donc que :

$$x \cdot p_x = y \cdot p_y$$

En remplaçant dans (3), on obtient les demandes de Marshall, x_M et y_M :

$$R = x_M \cdot p_x + x_M \cdot p_x$$

$$R = 2 \cdot x_M \cdot p_x$$

donc:

$$x_M = \frac{R}{2 \cdot p_x}$$

et :

$$y_M = \frac{R}{2 \cdot p_y}$$

Dans le cas de l'introduction d'une taxe t_x qui fait passer le prix au consommateur de p_x à $p_x + t_x$, on a tout simplement que :

$$X_M = \frac{R}{2 \cdot (p_x + t_x)}$$

A partir des demandes de Marshall, on peut déduire la fonction d'utilité indirecte[1] qui est, sans taxe, $V = \frac{R}{2 \cdot p_x} \cdot \frac{R}{2 \cdot p_y} = \frac{R^2}{4 \cdot p_x \cdot p_y}$, et avec t_x, la taxe unitaire, $V = \frac{R^2}{4 \cdot (p_x + t_x) \cdot p_y}$.

[1] La fonction d'utilité indirecte nous indique pour toute combinaison possible des valeurs exogènes R, p_x et p_y, le niveau d'utilité maximale que cette combinaison permet d'atteindre. Notons que $V = \frac{R^2}{4 \cdot p_x \cdot p_y}$ est homogène du degré zéro en R, p_x et p_y et $V = \frac{R^2}{4 \cdot (p_x + t_x) \cdot p_y}$ l'est en R, $p'_x=(p_x+t_x)$ et p_y.

Notons encore que :

- $\lambda \cdot \frac{R}{2} = V$

- $\varepsilon_{V,R} = \frac{\partial V}{\partial R} \cdot \frac{R}{V} = \frac{\lambda}{2}$

Dans ce contexte, notons que le multiplicateur de Lagrange à l'équilibre, λ^*, est de par là théorème de l'enveloppe :

$$\lambda^* = \frac{\partial L}{\partial R} = \frac{\partial V}{\partial R}$$

Partant, λ peut être interprété comme l'utilité marginale du revenu.

En l'occurrence :

$$\lambda^* \equiv \frac{R}{2p_x \cdot p_y}$$

En règle générale, l'utilité marginale du revenu n'est pas constante et varie au moins avec une des trois, sinon les trois, variables exogènes P_x, P_y et R, ce qui en l'occurrence est le cas ici.

A noter que l'on a dans le problème de maximisation comme conditions générales de premier ordre que :

$$U_x = \lambda \cdot p_x$$

$$U_y = \lambda \cdot p_y$$

Il en découle que l'on ne peut pas affirmer p.ex. que U_x varie proportionnellement avec p_x à moins que λ ne soit fonction de p_x.

Ce n'est que dans ce cas où λ n'est pas fonction de p_x que l'on peut écrire :

$$\int p_x \cdot dx$$

$$= \int \frac{1}{\lambda} U_x \cdot dx$$

$$= \frac{1}{\lambda} \cdot \int U_x \cdot dx$$

Si cette dernière expression est possible, alors la surface au-dessous de la courbe de demande de Marshall est proportionnelle à la variation de l'utilité que comporte le passage d'un niveau de prix p_x à un autre niveau de prix, le facteur de proportionnalité étant λ qui est « *constant* » en ce sens qu'il ne dépend pas du prix du bien X en question.

Notons que les identités de Roy nous permettent de dégager, à partir d'une fonction d'utilité indirecte, les fonctions de demande de Marshall.

On a :

$$x_M = -\frac{\frac{\partial V}{\partial p_x}}{\frac{\partial V}{\partial R}}$$

$$= -\frac{R^2 \cdot 4 \cdot p_x \cdot p_y}{-4p_x^2 p_y \cdot 2R}$$

$$= \frac{R}{2p_x}$$

$$y_M = -\frac{\frac{\partial V}{\partial p_y}}{\frac{\partial V}{\partial R}}$$

$$= \frac{R}{2p_y}$$

Vérifiez, vous-même, à partir des formules générales ci-dessus, les résultats précédemment trouvés pour les valeurs numériques utilisées.

5.2. Les fonctions de demande de Hicks

Il s'agit maintenant de minimiser $p_x \cdot x + p_y \cdot y$ sous la contrainte d'une utilité $\overline{U} = x \cdot y$ donnée. A cette fin, construisons la fonction de Lagrange où μ est le multiplicateur de Lagrange :

$$L = p_x \cdot x + p_y \cdot y + \mu \cdot [\overline{U} - x \cdot y]$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = p_x - \mu \cdot y = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = p_y - \mu \cdot x = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu} = \overline{U} - x \cdot y = 0 \qquad (3)$$

De (1) et (2) on dégage :

$$\mu = \frac{p_x}{y} = \frac{p_y}{x}$$

donc:

$$y = \frac{x \cdot p_x}{p_y}$$

En remplaçant dans (3), on obtient la demande de Hicks x_H :

$$\overline{U} = x \cdot \frac{x \cdot p_x}{p_y}$$

$$\overline{U} = x^2 \cdot \frac{p_x}{p_y}$$

$$x^2 = \frac{\overline{U} \cdot p_y}{p_x}$$

Par conséquent, les demandes de Hicks x_H et y_H sont :

$$x_H = \sqrt{\frac{\overline{U} \cdot p_y}{p_x}}$$

et

$$y_H = \sqrt{\frac{\overline{U} \cdot p_x}{p_y}}$$

Quant au multiplicateur de Lagrange μ, on a :

$$\mu = \frac{p_x}{\sqrt{\frac{\overline{U} \cdot p_x}{p_y}}} = \sqrt{\frac{p_x \cdot p_y}{\overline{U}}}$$

Qui plus est, de par la dualité, on peut remplacer $\overline{U}$ par $\frac{R^2}{4p_x \cdot p_y}$, et on trouve que :

$$\mu = \frac{2p_x \cdot p_y}{R} = \frac{1}{\lambda}$$

A partir des demandes de Hicks, l'on peut dégager la fonction de dépense minimale :

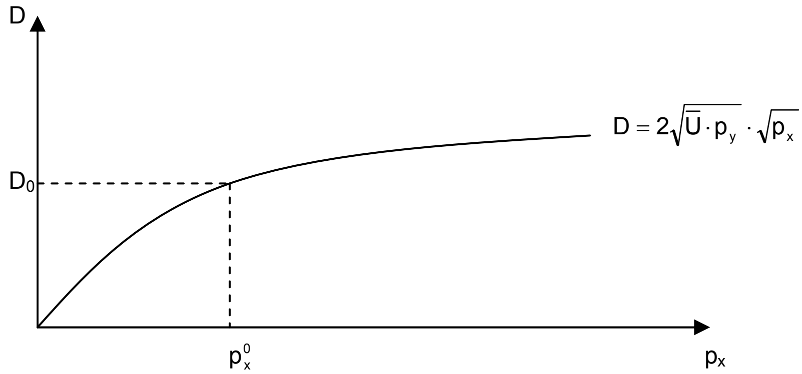
$$D = p_x \cdot x_H + p_y \cdot y_H$$

$$= p_x \cdot \sqrt{\frac{\overline{U} \cdot p_y}{p_x}} + p_y \cdot \sqrt{\frac{\overline{U} \cdot p_x}{p_y}}$$

$$= 2 \cdot \sqrt{\overline{U} \cdot p_x \cdot p_y}$$

Rappelons que la fonction de dépense minimale indique le revenu minimal dont devrait disposer un consommateur pour atteindre un niveau d'utilité donné $\overline{U}$ en présence des prix p_x et p_y.

Graphiquement, en représentant D en fonction de p_x, on obtient :



Cette fonction est convexe. L'explication intuitive est que si par rapport à un niveau de départ p_x^0, le prix p_x augmente marginalement, la dépense minimale pour maintenir $\overline{U}$ ne doit pas augmenter dans la même proportion, mais de moins puisqu'il y a un effet de substitution du bien X par d'autres biens.

Pour terminer, notons qu'il existe une relation qui permet, à partir de la fonction de dépense minimale, de dégager la fonction de demande de Hicks, à savoir le lemme de Shepard qui nous dit que :

$$\frac{\partial D}{\partial p_x} = x_H$$

En l'occurrence :

$$\frac{\partial D}{\partial p_x} = 2 \cdot \sqrt{\overline{U} \cdot p_y} \cdot \frac{1}{2} \cdot p_x^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{\overline{U} \cdot p_y}{p_x}} \text{ c.q.f.d.}$$

Il en est de même du bien Y :

$$\frac{\partial D}{\partial p_y} = y_H$$

Vérifiez vous-mêmes, à partir des formules générales ci-dessus, les résultats trouvés précédemment pour les valeurs numériques données.

En résumé :

$$\max U = x \cdot y \qquad \text{s.c. } \overline{R} = p_x \cdot x + p_y \cdot y$$

$$\min p_x \cdot x + p_y \cdot y \qquad \text{s.c. } \overline{U} = x \cdot y$$

$$\left.\begin{aligned} x_M &= \frac{R}{2p_x} \\ y_M &= \frac{R}{2p_y} \end{aligned}\right\} \text{Marshall}$$

$$\left.\begin{aligned} x_H &= \sqrt{\frac{\overline{U} \cdot p_y}{p_x}} \\ y_H &= \sqrt{\frac{\overline{U} \cdot p_x}{p_y}} \end{aligned}\right\} \text{Hicks}$$

identité de Roy

$$-\frac{\frac{\partial V}{\partial p_x}}{\frac{\partial V}{\partial R}}$$

lemme de Shepard

$$\frac{\partial D}{\partial p_x}$$

Substitution

$$V = x_M \cdot y_M = \frac{\overline{R}^2}{4p_x \cdot p_y} \quad \text{utilité indirecte}$$

$$D = p_x \cdot x_H + p_y \cdot y_H = 2\sqrt{p_x \cdot p_y \cdot \overline{U}} \quad \text{dépense minimale}$$[1]

inversion
(à l'équilibre)

$$\overline{R} = 2\sqrt{p_x \cdot p_y \cdot V} = D$$

$$\overline{U} = \frac{D^2}{4p_x \cdot p_y} = V$$

Exercices

(i) Montrez comment, à partir de la fonction de dépense minimale $D = 2 \cdot \sqrt{\overline{U} \cdot p_x \cdot p_y}$, on peut calculer l'expression algébrique du graphique 6 précédent, en relation avec l'exemple numérique où R=200, p_x=5 et p_y=1 (Conseil : égalisez 200-T à $D = 2 \cdot \sqrt{\overline{U} \cdot p_x \cdot p_y}$).

(ii) Quelle est la relation entre λ et μ ?

(iii) Montrez que, de par la dualité, on a à la fois :

$$x = x_H(U,p_x,p_y) = x_H(V(R,p_x,p_y),p_x,p_y) = x_M(p_x,p_y,R)$$

et

$$x = x_M(R,p_x,p_y) = x_M(D(U,p_x,p_y)p_x,p_y) = x_H(U,p_x,p_y)$$

[1] Dans la littérature anglaise, l'on parle indifféremment de cost function que l'on écrit $c(p_x,p_y,U)$ ou d'expenditure function pour écrire alors $e(p_x,p_y,U)$.

5.3. Calcul de EV et de DWL

Nous disposons maintenant de l'expression algébrique de la demande de Hicks.

En nous rappelant que l'on a raisonné par rapport à U_1 = 1000, le niveau donné de l'utilité, et par rapport à un prix p_y = 1, on a :

$$x_H = \sqrt{\frac{1000 \cdot 1}{p_x}} = 10 \cdot \sqrt{10} \cdot p_x^{-\frac{1}{2}}$$

Remarquons que si p_x = 5, on a :

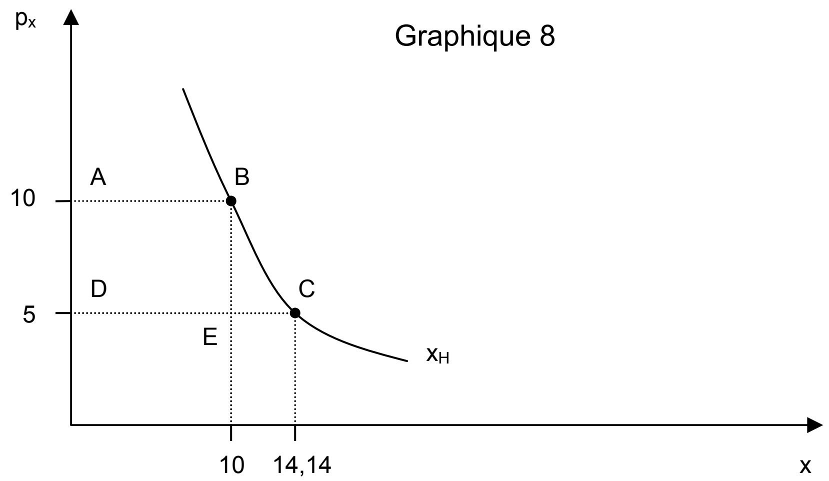
$$x_H = \sqrt{\frac{1000}{5}} = \sqrt{200} = 10 \cdot \sqrt{2} \cong 14{,}14 \ (\cong 14)$$

et que si p_x = 10 :

$$x_H = \sqrt{\frac{1000}{10}} = 10$$

comme on l'a dégagé précédemment.

Graphiquement, on a :



EV n'est rien d'autre que la surface ABCD, donc la somme de la surface du rectangle ABDE, la taxe, et de la surface du quasi-triangle BCE qui, précisément, est le DWL.

EV se calcule donc en calculant la surface ABCD définie par rapport à la courbe de demande de Hicks pour le bien X :

$$\text{EV} = \int_5^{10} x_H \, dp_x$$

$$= \int_5^{10} 10 \cdot \sqrt{10} \cdot p_x^{-\frac{1}{2}} \, dp_x$$

$$= \left[10 \cdot \sqrt{10} \cdot 2 \cdot p_x^{\frac{1}{2}} \right]_5^{10}$$

$$= 20 \cdot \sqrt{10} \left[p_x^{\frac{1}{2}} \right]_5^{10}$$

$$= 20 \cdot \sqrt{10} \cdot (\sqrt{10} - \sqrt{5})$$

$$= 20 \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} - 20 \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{5}$$

$$= 20 \cdot 10 - 20 \cdot \sqrt{50}$$

$$= 200 - 20 \cdot \sqrt{50}$$

$$\cong 58{,}6$$

Il en résulte que le triangle BCE qui est le deadweight loss est :

$$\text{DWL} \cong \text{EV} - T_1$$

$$\cong 58{,}6 - 50$$

$$\cong 8{,}6$$

Nous retrouvons, mais cette fois à partir de la courbe de demande de Hicks, les résultats trouvés précédemment.[1]

5.4. L'approximation

L'analyse et les résultats qui précèdent nous permettent de dégager une approximation du deadweight loss qui est généralement valable, en ce sens qu'elle s'applique non seulement sur la base d'une fonction d'utilité Cobb-Doublas et des fonctions de demande de Marshall et de Hicks y associées.

---

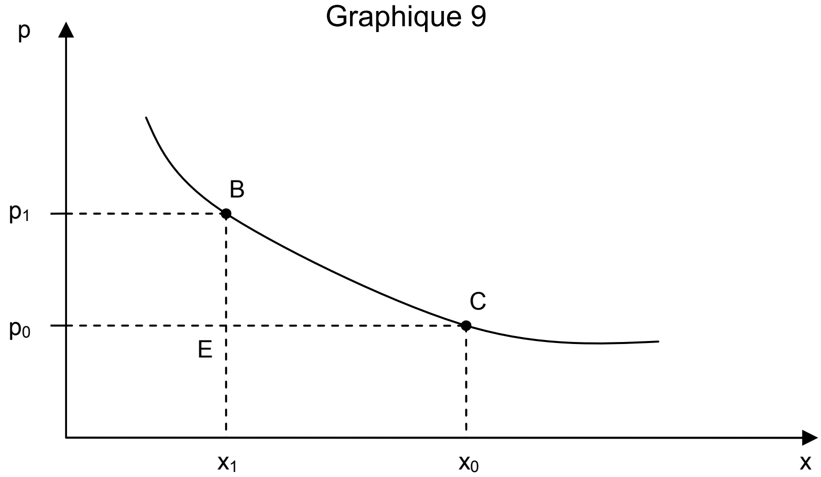
[1] Cette intégrale peut, en nous rappelant le lemme de Shepard, s'écrire de façon générale comme :

$$\int_{p_x^0}^{p_x^1} \frac{\partial D}{\partial p_x} dp_x = \left[D(p_x) \right]_{p_x^0}^{p_x^1} = 2 \cdot \sqrt{\bar{U} \cdot p_x^1 \cdot p_y} - 2 \cdot \sqrt{\bar{U} \cdot p_x^o \cdot p_y} = 2 \cdot \sqrt{\bar{U} \cdot p_y} \cdot \left(\sqrt{p_x^1} - \sqrt{p_x^0} \right)$$

Reprenons le graphique 8 et l'interprétons comme une hausse le long d'une courbe de demande de Hicks quelconque (à pente négative) suite à l'introduction d'une taxe unitaire, du prix de p_0 à p_1, avec $t=p_1-p_0$.

Soit x_0 la quantité demandée correspondant au prix p_0 et x_1 celle correspondant au prix p_1.

Graphique 9



La surface BCE correspond au deadweight loss de la taxe. Elle est un quasi-triangle.

Pour les calculs qui suivent traitant cette surface comme un triangle, ce qui bien-sûr ne saurait donner la surface exacte, mais une assez bonne approximation de cette dernière.

Dénotons par $\overline{DWL}$ la grandeur approximative qui est celle dudit triangle :

$$\overline{DWL} = \frac{1}{2} \cdot (x_0 - x_1) \cdot (p_1 - p_0)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (-\Delta x) \cdot (\Delta p) \qquad \text{(i)}$$

Soit $\varepsilon = \frac{\Delta x}{\Delta p} \cdot \frac{p}{x}$ l'élasticité-prix (en approximation car exprimée pour une variation discrète) le long de la courbe de demande de Hicks.

Cette élasticité-prix est aussi appelée élasticité-prix compensée car définie pour la courbe de demande de Hicks, qui, par définition, ne reprend que l'effet de substitution.

On peut également écrire :

$$- \Delta x = \left|\varepsilon^*\right| \cdot \Delta p \cdot \frac{p_0}{x_0}$$

$$= \left|\varepsilon^*\right| \cdot t \cdot \frac{p_0}{x_0} \qquad \text{(ii)}$$

En remplaçant cette dernière expression (ii) dans l'équation (i), on obtient :

$$\overline{DWL} = \frac{1}{2} \cdot \left|\varepsilon^*\right| \cdot t \cdot \frac{p_0}{x_0} \cdot t$$

$$= \frac{1}{2} \cdot t^2 \cdot \left|\varepsilon^*\right| \cdot \frac{p_0}{x_0}$$

Cette expression nous dit que :

- le deadweight loss varie plus que proportionnellement avec t, si p.ex. t double, $\overline{DWL}$ quadruple ;

- le deadweight loss est d'autant plus élevé que $\left|\varepsilon^*\right|$ est élevée, donc que l'effet de substitution (déclenchée notamment par un effet prix relatif) est important.[1]

Dans le cas précis de la courbe de demande de Hicks $x_H = \frac{\sqrt{U \cdot p_y}}{p_x}$ associée à la fonction d'utilité Cobb-Douglas $U=x \cdot y$, notons que l'élasticité-prix compensée est constante.

En effet :

$$\varepsilon^* = \frac{dx}{dp} \cdot \frac{p}{x}$$

$$= \frac{\sqrt{U \cdot p_y} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot p_x^{-\frac{3}{2}} \cdot p_x}{\sqrt{U \cdot p_y} \cdot p_x^{-\frac{1}{2}}}$$

$$= - \frac{1}{2}$$

---

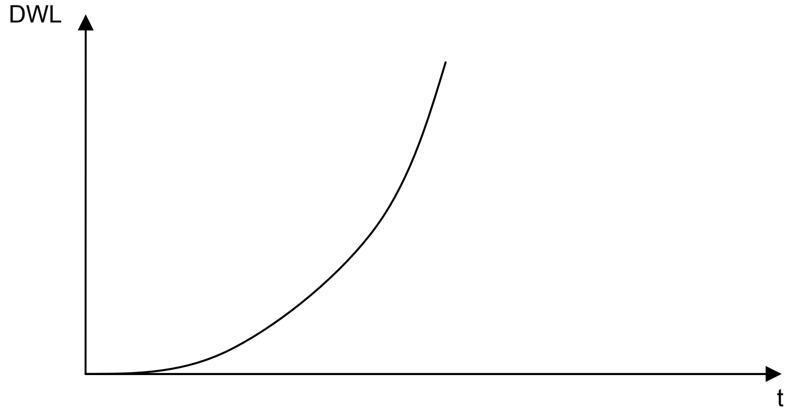
[1] Si on taxe les mandarines, il y aura un effet de substitution important de mandarines par des oranges, un peu moins important par d'autres fruits et un peu moins important encore par d'autres produits. Si on taxe donc p.ex. les fruits, l'effet de substitution des fruits par d'autres produits sera moins important que l'effet de substitution de mandarines par d'autres produits.

Il en résulte que l'on obtient dans ce cas l'approximation $\overline{DWL}$:

$$\overline{DWL} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot t^2 \cdot \frac{p_0}{x_0}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot t^2 \cdot \frac{p_0}{x_0}$$

Graphiquement :



6. *Remarque finale*

Nous avons constaté que l'introduction d'une taxe unitaire est inefficiente, ce qui, entre autres, peut s'exprimer par le fait que le consommateur pourrait atteindre un niveau d'utilité plus élevé si l'Etat recourait à une taxe forfaitaire plutôt qu'à la taxe unitaire. Un tel choix peut cependant poser d'autres problèmes sur le plan de l'équité.

L'inefficience de la taxe unitaire est due au fait qu'elle s'accompagne d'un effet prix relatif qui, à son tour, déclenche un effet de substitution, par opposition à la taxe forfaitaire qui ne fait que réduire le pouvoir d'achat du consommateur (effet revenu égal au montant total de la taxe payée), c'est-à-dire ne s'accompagne pas d'un effet de substitution.

On pourrait noter qu'en fin de compte l'effet de substitution dont s'accompagne la taxe unitaire n'est rien d'autre que l'effet de substitution dont s'accompagne toute variation du prix nominal du bien X (à moins d'une variation proportionnelle égale à tous les autres prix).

Cela serait une analyse erronée pour deux raisons. Premièrement, la hausse du prix de marché, non liée à la mise en place d'une taxe, ne réduit pas le revenu nominal du consommateur que ce dernier peut affecter à l'achat de biens. Par contre, la mise en place de la taxe unitaire, de par le paiement de la taxe, réduit le revenu nominal disponible pour l'achat de biens.

Deuxièmement, s'il est vrai que la taxe de par le changement du prix relatif du bien X qu'elle entraîne comporte un effet de substitution, sur fond d'un coin fiscal, tout comme la variation tout court du prix relatif, les sources des deux effets de substitution sont de nature différente. L'effet de substitution déclenchée par la taxe est déclenché par une source extérieure au marché, et est donc évitable, ceci d'autant plus qu'une taxe du type forfaitaire est imaginable, tandis que l'effet de substitution déclenchée par une variation du prix relatif due à des conditions de marché changeantes du côté de l'offre (p.ex. impact technologie sur productivités) et de la demande du bien est en soi inévitable.

Qui plus est, et ici nous touchons au cœur de la problématique, à laquelle l'on reviendra, la taxe unitaire introduit un coin fiscal, un « *tax wedge* » qui fait qu'il existe dans le marché pour le bien X deux prix, le prix au consommateur qui oriente les choix de demande et le prix au producteur qui oriente les choix de production et d'offre.

De ce phénomène, on n'a pas vraiment pu tenir compte dans les modèles partiels passés en revue où les prix (hors taxe) étaient exogènes et où l'on a toujours fait l'hypothèse que ces prix exogènes, qui par définition constituaient les prix au consommateur, augmenteraient à raison de la taxe introduite.

7. Annexe

7.1. Une autre approche. La variation compensatoire (CV)

Le concept d'EV a permis de dégager une évaluation en unités monétaires (ou en unités du bien numéraire) en relation avec la perte d'utilité subie par le consommateur de par l'introduction de la taxe unitaire. Une fois dégagé l'EV associée à la taxe unitaire, nous avons constaté que ce montant est supérieur à la recette fiscale associée à la mise en place de la taxe unitaire et cette différence, nous l'avons appelé deadweight loss de la taxe. Donc, on a $DWL \equiv EV - \text{taxe payée}$.

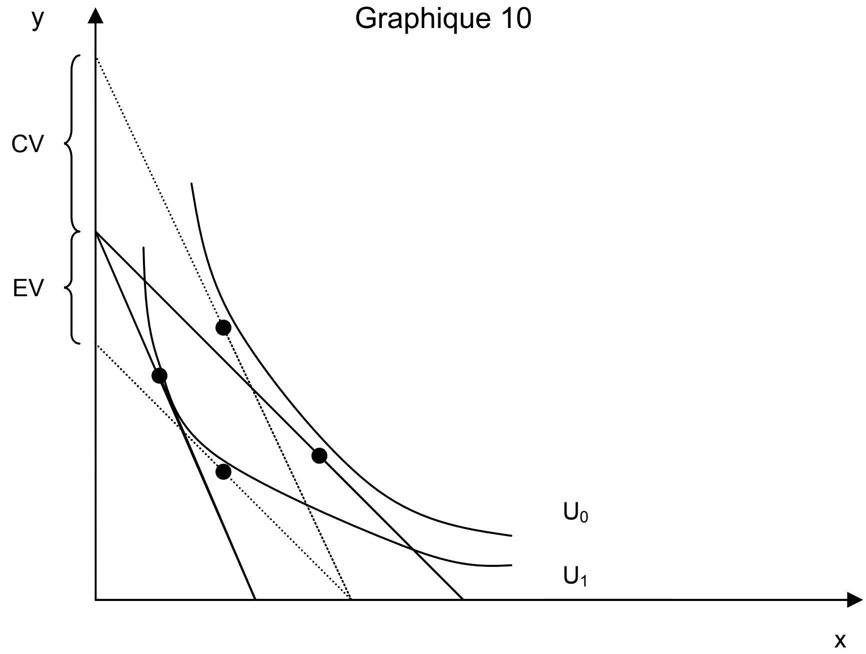
Il existe un deuxième concept similaire à celui d'EV, mais se distinguant par le point de référence pour évaluer monétairement l'impact sur le consommateur de la taxe unitaire, à savoir la variation compensatoire (« *compensating variation* », CV).

La CV a pour point de départ l'interrogation suivante :

> Combien faudrait-il donner au moins au consommateur en présence d'une taxe unitaire, pour qu'il puisse néanmoins atteindre le niveau d'utilité qu'il atteindrait sans une telle taxe (et sans cette compensation bien-sûr) ?[1]

Graphiquement, et abstraction faite des valeurs numériques, CV est donnée pour notre cas de la taxe unitaire par :

Graphique 10



Pour calculer CV dans notre exemple numérique, nous devons nous interroger quelle est la dépense minimale, en présence de la taxe, nécessaire pour maintenir, malgré la taxe, le niveau d'utilité initial U_0.

Pour rappel, pour calculer EV, nous devons nous interroger quelle est la dépense minimale pour atteindre, sans la taxe, le niveau d'utilité U_1 atteint avec la taxe.

La réponse est fournie à travers la fonction de dépense minimale $D=2\cdot\sqrt{U\cdot p_x\cdot p_y}$.

---

[1] De façon générale, on peut définir la compensating variation comme suit: "*The compensating variation is the difference between the cost of achieving some reference level of satisfaction U_0 given any vector of prices and the initial level of expenditure Y_0 (i.e. the cost of maintaining U^0 at prices p^0). This measure indicates the compensation that would have to be paid (if there was a gain) or received (if there was a loss) for the initial level of satisfaction to be maintained following some price variation*." (McKenzie, p. 34).
Dans le cadre des hypothèses de la section 4.1, la compensation variation est égale à:

$$\begin{aligned} CV &= D_0\left(p_x^1, p_y^0, U_0\right) - D_1\left(p_x^1, p_y^0, U_1\right) \\ &= D_0\left(p_x^1, p_y^0, U_0\right) - R^0 \end{aligned}$$

Dans notre cas d'espèce, nous devons calculer D qui fait que, compte tenu que p_y = 1 et p_x = 10, le consommateur pourrait tout juste atteindre le niveau d'utilité sans taxe U_0=2000.

Donc :

$$D = 2 \cdot \sqrt{2000 \cdot 10 \cdot 1}$$

$$= 20 \cdot \sqrt{200}$$

La CV quant à elle est le montant qu'il faudrait forfaitairement ajouter à R = 200 pour précisément atteindre D=20·$\sqrt{200} = 200 \cdot \sqrt{2}$.

Donc :

$$CV = 20 \cdot \sqrt{200} - 200$$

$$= 200 \cdot \sqrt{2} - 200$$

$$= 82{,}84$$

Partant, il faudrait donner au consommateur, sous forme forfaitaire, le montant CV = 82,84 pour que l'effet négatif de la taxe sur son utilité de départ U_0 soit neutralisé.[1]

---

[1] On a $CV = D - \overline{R}$ où $\overline{R}$ est le revenue initial. Indiquons par $\overline{p}_x$ et $\overline{p}_y$ les prix initiaux et raisonnant par rapport à un changement du prix du bien X, p_x.

On peut « *ancrer* » la courbe de Hicks autour de l'optimum initial caractérisé par $\overline{R}$, $\overline{p}_x$ et $\overline{p}_y$. Il s'ensuit que l'on peut écrire :

$$\begin{aligned} CV &= D - \overline{R} \\ &= 2\sqrt{\overline{U} \cdot p_x \cdot \overline{p}_y} - \overline{R} \\ &= 2\sqrt{\frac{\overline{R}^2 \cdot p_x \cdot \overline{p}_y}{4 \cdot \overline{p}_x \cdot \overline{p}_y}} - \overline{R} \\ &= \overline{R} \cdot \sqrt{\frac{p_x}{\overline{p}_x}} - \overline{R} \\ &= \overline{R} \cdot \left(\sqrt{\frac{p_x}{\overline{p}_x}} - 1 \right) \end{aligned}$$

Si $\overline{R} = 200$, p_x=10 et $\overline{p}_x = 5$, on obtient :

$$\begin{aligned} CV &= 200 \cdot \left(\sqrt{\frac{10}{5}} - 1 \right) \\ &= 200 \cdot \left(\sqrt{2} - 1 \right) \text{ cqfd} \end{aligned}$$

Si le consommateur avait un revenu égal à R + CV, donc 200+82,84=282,84, il pourrait tout juste atteindre l'utilité U_0 = 2000, et ceci à travers le panier de consommation que l'on peut trouver à travers les fonctions de demande de Marshall :

$$x_M = \frac{R}{2 \cdot p_x} = \frac{282{,}84}{2 \cdot 10} = 14{,}14$$

$$y_M = \frac{R}{2 \cdot p_y} = \frac{282{,}84}{2 \cdot 1} = 141{,}42$$

Nous pouvons vérifier que le panier E'' (14,14 ;141,42) dégage une utilité de 2000.

La recette fiscale que paierait alors le consommateur, T', est :

$$T' = 14{,}14 \cdot 5 = 70{,}7$$

Nous pouvons maintenant donner une autre définition du DWL qui repose non pas sur l'EV, mais sur le CV.

En dénotant ce deuxième concept de deadweight loss par DWL', on a[1] :

$$\begin{aligned} DWL' &= CV - T' \\ &= 82{,}84 - 70{,}7 \\ &= 12{,}14 \end{aligned}$$

Nous constatons donc que la perte d'utilité encourue par le consommateur de par la mise en place de la taxe unitaire ne trouve pas une contrepartie égale sous forme de recettes fiscales de l'Etat.

Partant, il existe une perte sèche, due à la taxe unitaire, de DWL' = 12,1. Nous pouvons également remarquer que, ceteris paribus, l'Etat devrait verser plus au consommateur, pour le compenser de l'effet de la taxe unitaire que cette dernière lui rapporte, donc il aboutirait dans une situation de déficit.

En comparant l'approche de l'EV et avec le DWL y associé avec l'approche de la CV avec le DWL' y associé, on constate que :

$$CV = 82{,}84 > EV = 58{,}6$$

$$DWL' = 12{,}14 > DWL = 8{,}6$$

---

[1] « *If the [DWL'] were defined by substracting the actual tax revenues [and not the compensated ones], [DWL'] would be much larger*. » Bev Dahlby, *The marginal cost of public finance*, MIT Press, 2008, p. 303.

Il est également intéressant de noter que dans le cas présent, nous avons la relation suivante[1] :

$$\frac{CV}{R} = \frac{82{,}84}{200} = \frac{EV}{R-EV} = \frac{58{,}6}{200-58{,}6} = 0{,}4144$$

c'est-à-dire que le pourcentage, en termes du revenu nominal R, de la variation compensatoire est le pourcentage, en termes de R – EV, de la variation équivalente.

Notons de façon générale que, si le bien X est un bien normal[2], on a toujours,- sauf dans le cas d'une fonction d'utilité quasi-linéaire pour laquelle il y a égalité entre CV et EV,- que :

$$CV > EV$$

$$DWL' > DWL$$

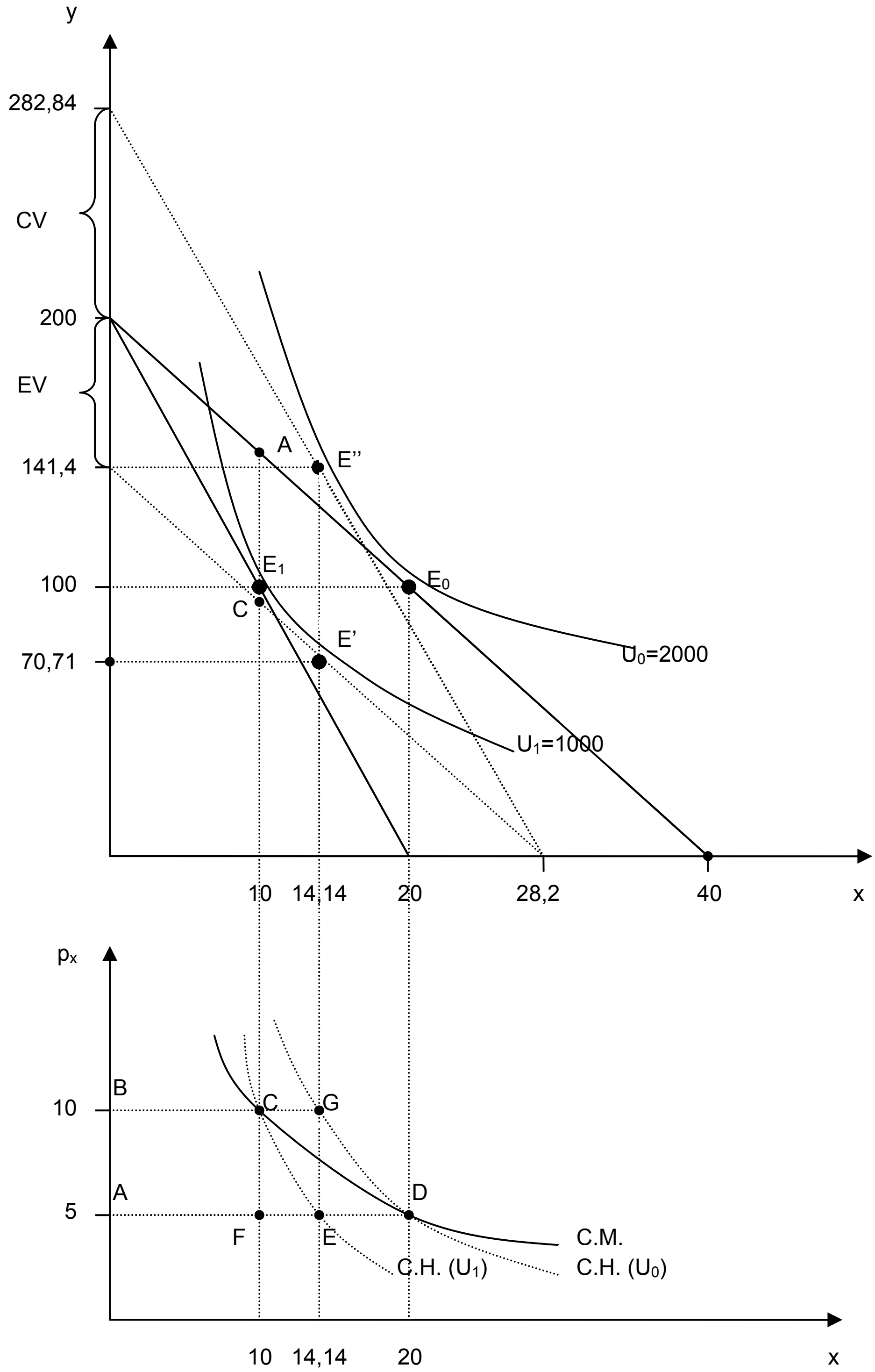
Pour terminer, représentons ces résultats par un graphique dans l'espace des biens (X, Y), en relation avec un graphique de la demande de Marshall et des demandes de Hicks y liées (il y en a deux, l'une par rapport ou point d'équilibre avec taxe unitaire, utilité de référence pour l'EV, l'autre par rapport au point d'équilibre sans taxe unitaire, point de référence sous la CV.

---

[1] Ce résultat n'est pas vrai en général, mais seulement si la fonction d'utilité est homothétique, ce qui est le cas pour notre fonction Cobb-Douglas $U = x \cdot y$.

[2] Un bien normal est un bien qui se caractérise par le fait que si, ceteris paribus, le revenu augmente, la quantité demandée de ce bien augmente (et donc où l'élasticité demande-revenu est non négative), et inversement. Pour un bien inférieur, l'inégalité ci-dessus est renversée (et l'élasticité demande-revenu est donc négative).

Graphique 11

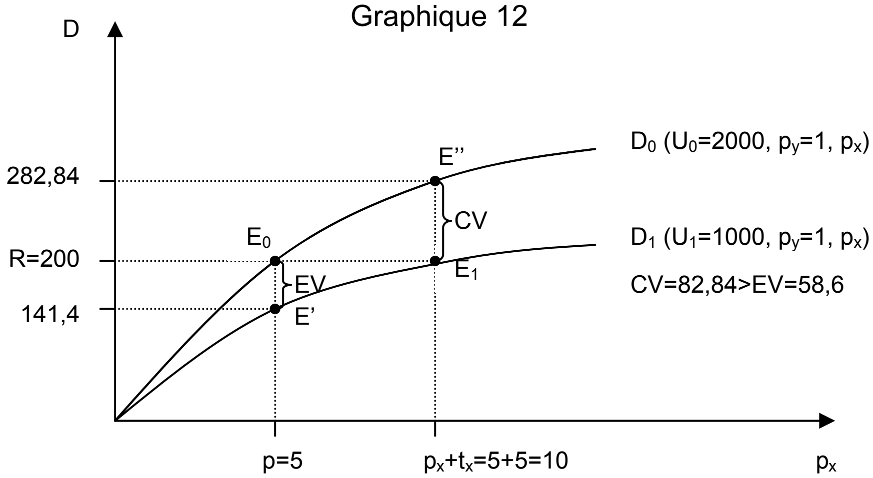


Nous avons, dans le graphique des demandes :

EV = BCEA	T = BCAF	DWL = CEF
CV = BCGDA	T' = BGEA	DWL' = GDE

Nous pouvons également représenter EV et CV en recourant à la fonction de dépense minimale et en traçant celle-ci en fonction du prix p_x.[1]

Graphique 12



Sans taxe unitaire, le consommateur, compte tenu de son revenu R=100, du prix p_y = 1 et du prix p_x = 5, va aboutir au point E_0 le long de la courbe de dépense minimale D_0 qui correspond au niveau d'utilité U_0=2.000.

Avec taxe unitaire, donc si le prix p_x passe de 5 à 10, il va aboutir au point E_1 le long de la courbe de dépense minimale D_1 qui correspond au niveau d'utilité U_1=1.000.

EV est le montant qui, s'il était enlevé au revenu nominal R=200, ferait que, sans taxe unitaire, le consommateur atteindrait le même niveau d'utilité, à savoir U_1, qu'il atteindrait en présence de la taxe. EV est donc la différence enter E_0 et E'.

CV est le montant qui, s'il était ajouté au revenu nominal R=200 du consommateur, ferait que, malgré la taxe unitaire, le consommateur pourrait atteindre le niveau d'utilité, à savoir U_0, qu'il atteindrait sans taxe. CV est donc la différence entre E'' et E_1.

7.2. Le surplus du consommateur au sens de Marshall et le lien avec les concepts d'EV et de CV

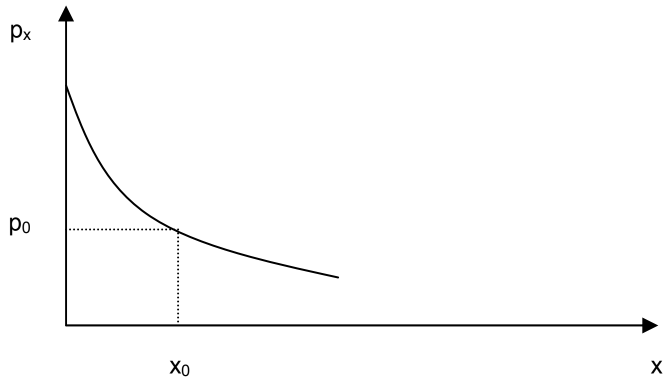
Dans la littérature économique, surtout celle à vocation moins technique, on rencontre couramment le concept de surplus du consommateur (au sens de Marshall) (CS) et celui, dérivé, de variation du surplus du consommateur, (au sens de Marshall) (VCS).

---

1 Rappelons que $D = 2\sqrt{\bar{U} \cdot p_x \cdot p_y}$. En l'occurrence, on représente $D = \sqrt{\bar{U} \cdot p_y} \cdot \sqrt{p_x} = 2\sqrt{\bar{U} \cdot 1} \cdot \sqrt{p_x} = 2\sqrt{\bar{U}}\sqrt{p_x}$.

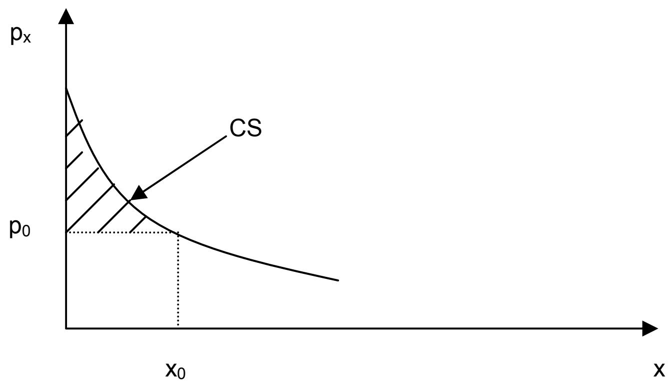
Ce surplus (de Marshall) se définit par rapport à la courbe de demande de Marshall.

Soit la courbe de demande de Marshall suivante :



Admettons que le prix de marché auquel le consommateur puisse acquérir le bien X est p_0. A ce prix, il va demander x_0 unités.

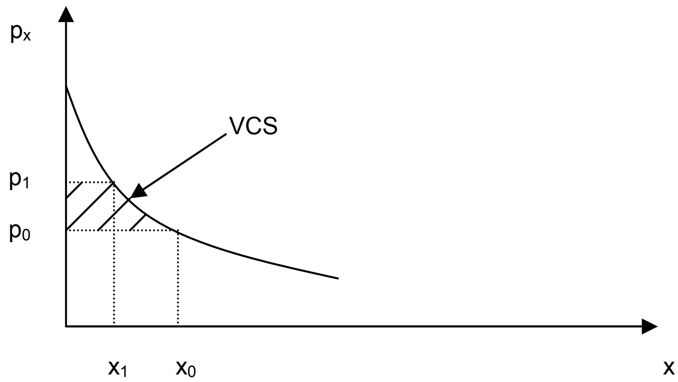
Le surplus du consommateur (CS) est alors la surface hachurée :



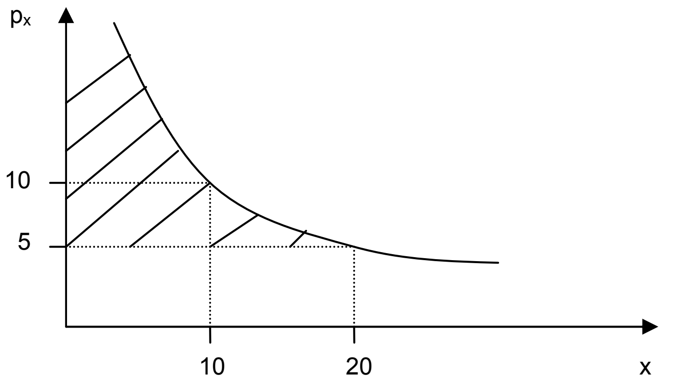
Intuitivement, cette surface indique le montant maximal que pour pouvoir acquérir x_0 unités le consommateur serait prêt à payer au-delà du montant $p_0 \cdot x_0$ qu'il doit effectivement payer, de par le prix de marché p_0.

Supposons maintenant que le prix p_0 augmente pour passer à p_1. Dans ce cas, la quantité demandée diminue, le consommateur étant confronté à la situation où pour une quantité inférieure ($x_1<x_0$) il devrait faire une dépense plus élevée ($p_1 \cdot x_1 > p_0 \cdot x_0$) que précédemment.

Le surplus au consommateur diminue et cette diminution est précisément la variation du surplus global du consommateur suite à la hausse du prix.



En reprenant à notre exemple où la demande de Marshall pour le bien X est $x_M = \frac{R}{2 \cdot p_x} = \frac{200}{2 \cdot p_x} = \frac{100}{p_x}$, pour un prix de 5, le surplus est donné par la surface hachurée :



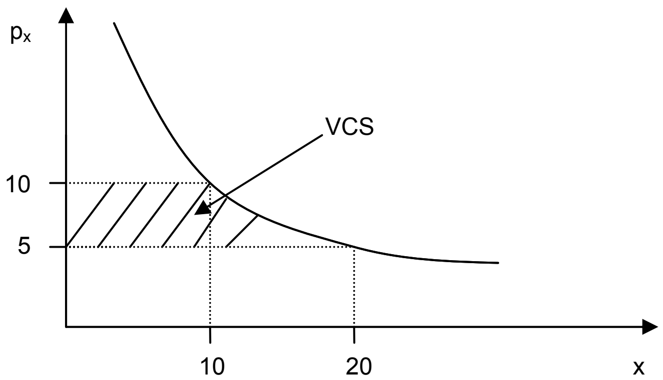
Malheureusement, on rencontre ici, dans le cas Cobb-Douglas, où les biens entrant dans la fonction d'utilité ont le caractère de « *biens essentiels* », un problème sérieux qui consiste dans le fait que la surface hachurée par rapport à la demande de Marshall découlant de la fonction d'utilité Cobb-Douglas est illimitée. En effet, si l'on calcule l'intégrale $\int_5^\infty 100 \cdot p_x^{-1} \, dp_x$, l'on constate que celle-ci est infinie.

Comme le note Silberberg dans *The Structure of Economics*, 2nd edition, McGraw-Hill (p. 404) :

> "*Consider for example the demand curves associated with the simple Cobb-Douglas utility function U=x·y. The Marshallian demand for x is* $x_M = \frac{R}{2 \cdot p_x}$ *, the Hicksian demand is* $x_H = \sqrt{\frac{U \cdot p_y}{p_x}}$ *. Both of these demand curves are asymptotic to the vertical axis* (p_x)*. However, above any arbitrary price* p_x^0*, the area to the left of the Marshallian demand curve tends to infinity whereas the area to the left of the*

Hicksian curve is finite. That is lim $\int x_M dp_x = \infty$ *whereas lim* $\int x^H dp_x$ *is finite. Thus, if one were interested in using these areas to measure the amount that consumers would be willing to pay in order to be able to consume X at some price* p_x^0*, rather than not at all (the "all-or-none" situation), the difference between the Marshallian and Hicksian areas would, in this case, become unboundedly large. The area to the left of the Mashallian demand curve gradually loses all empirical meaning, as the initial or final price tends to infinity*."

Si pour la courbe de demande de Marshall x = $\frac{R}{2 \cdot p_x}$ le surplus global n'a pas de signification, il en est, strictement parlant, de même de la variation du surplus global, donc, en l'occurrence, de la variation du surplus suite au passage du prix de 5 à 10 de par l'introduction d'une taxe unitaire :



Si donc intrinsèquement cette variation du surplus du consommateur (VCS) n'est pas porteuse d'une véritable signification économique en soi[1], elle peut néanmoins constituer un concept utile étant donné qu'elle constitue une approximation, à la fois de EV et de CV.

En effet, on a :

$$EV < VCS < CV$$

Calculons la surface VCS. Elle est donnée par l'intégrale :

$$VCS = \int_5^{10} 100 \cdot p_x^{-1} \cdot dp_x$$

$$= 100 \cdot [\ln x]_5^{10}$$

[1] Pour le moins pour les courbes de demande où l'intégrale $\int_{p_x}^{\infty} X(p) \cdot dx$ est infinie. Nous allons y revenir dans les exercices. Notons que si les préférences sont homothétiques, ce qui est le cas pour les préférences Cobb-Douglas, le concept de surplus du consommateur est un indicateur valide, étant une transformation monotone de CV. (cf. Deaton and Muellbauer, p. 189)

$$= 100 \cdot [\ln 10 - \ln 5]$$

$$= 100 \cdot 0{,}6931$$

$$= 69{,}31$$

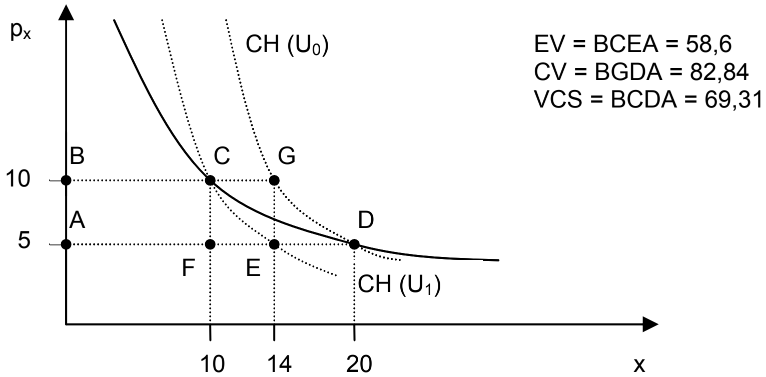
Si, de surcroît, p_y=1, on a :

$$\int U_x \cdot d_x = \int p_x \cdot d_x$$

Force est donc de constater que :

EV = 58,6 < VCS = 69,31 < CV = 82,84

Le graphique suivant illustre ce constat :



Notons que si la fonction d'utilité est quasi-linéaire, donc est du type U= υ ·(x)+y avec υ '(x)>0 et υ ''(x)≤0 (p.ex. U= $\sqrt{x}+y$ avec p_y>1), les courbes de demande de Hicks et de Marshall coïncident et l'on a une égalité entre les trois grandeurs, donc l'on a que EV= $\frac{1}{\lambda}$ ·VCS=CV.

En effet, selon les conditions d'ordre d'équilibre, on a $U_x - \lambda \cdot p_x$ et $U_y - \lambda \cdot p_y = 0$. En l'occurrence, $U_x\left(= \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) - \lambda \cdot p_x = 0$ et $1 - \lambda \cdot p_y = 0$. Il en résulte que $U_x = \frac{p_x}{p_y}$.

Donc, $U_x = \lambda \cdot p_x$ avec $\lambda = \frac{1}{p_y}$.

De cette dernière égalité, il résulte que :

$$\int U_x \cdot dp_x = \int \lambda \cdot p_x \cdot dp_x$$

Comme $\lambda = \frac{1}{p_y}$ n'est pas fonction de p_x, on peut écrire :

$$\int U_x \cdot dp_x = \lambda \cdot \int p_x \cdot dp_x$$

soit

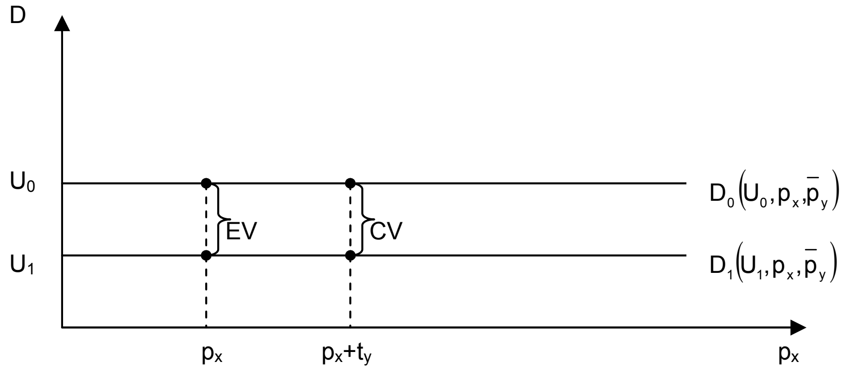
$$\frac{1}{\lambda} \cdot \int U_x \cdot dp_x = \int p_x \cdot dp_x$$

La surface sous la demande de Marshall, $\int p_x \cdot dp_x$, est égale à la variation de l'utilité, $\int U_x \cdot dp_x$, divisée par l'utilité marginale de la monnaie, λ, qui est constante en ce sens qu'elle ne varie pas avec p_x.[1]

Si $\lambda = 1$, on a que la surface en question est égale à la variation de l'utilité :

$$\int U_x \cdot dp_x = \int p_x \cdot dp_x$$

Le graphique du type graphique 12 se présente dans ce cas comme suit :



On a :

- $EV = D(U_0, p_x, \bar{p}_y) - D(U_1, p_x, \bar{p}_y)$
- $CV = D(U_0, p_x, \bar{p}_y) - D(U_0, p_x + t_x, \bar{p}_y)$

Et comme ici :

$$D(U_1, p_x, \bar{p}_y) = D(U_0, p_x + t_x, \bar{p}_y)$$

on a :

EV=CV

[1] cf. Gravelle and Rees, Microeconomics, Prantice Hall, 3rd edition, p. 62, qui montrent que la condition générale pour que λ soit constant si un prix p_x change est que l'élasticité demande-revenu pour le bien X soit égale à moins l'élasticité de l'utilité du revenu.

Exercice

En quoi le graphique ci-dessus se modifie-t-il si on a que $p_y \neq 1$? [Notez que dans ce cas, le multiplicateur de Lagrange (d'équilibre) qui est $\lambda^* = \frac{1}{p_y}$ n'est plus égal à 1.]

7.3. Les différents concepts du « deadweight loss »

Qu'en est-il maintenant du « *deadweight loss* » (« *DWL* ») ?

Nous avons vu qu'il existe deux approches définitionnelles de ce dernier, à savoir DWL = EV – taxe payée (par rapport à l'équilibre E', cf. graphique 9) et DWL' = CV – taxe payée (par rapport à l'équilibre E'', cf. graphique 9).

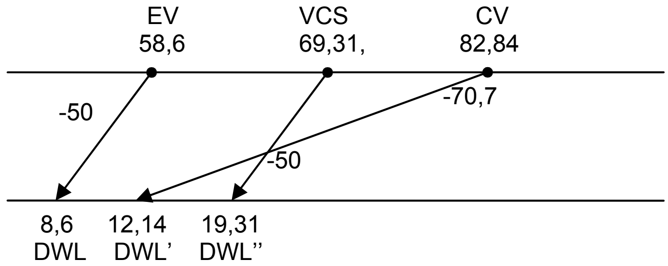
Il s'y ajoute maintenant une interrogation quant à la signification et à la portée de la différence VCS – taxe payée, que nous désignons par DWL''.

Cette différence, dans notre exemple, est égale à 69,31 – 50 = 19,31. Force est de constater que cette différence est telle que l'on a :

DWL = 8,6 < DWL' = 12,14 < DWL'' = 19,31

Donc, en recourant à la VCS, on a certes qu'elle est encadrée par EV et CV, ce qui lui confère une certaine utilité, mais en revanche force est de constater que si l'on y recourt pour dégager le deadweight loss de la taxe (DWL''), on obtient un nombre, en l'occurrence 19,31, qui est en dehors des limites données par DWL (basé sur EV) et DWL' (basé sur CV). Par conséquent, DWL'' ne peut être qu'une approximation par le haut de DWL' et, a fortiori, de DWL.[1]

On peut résumer comme suit ces relations :

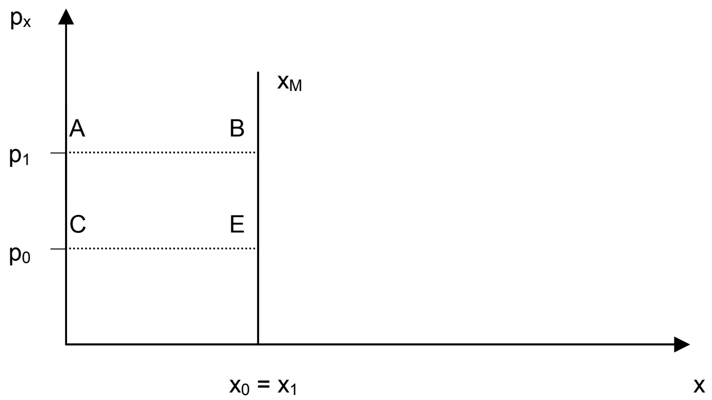


Pour illustrer autrement encore la limite du concept du CS, supposons que la courbe de demande de Marshall soit verticale, ce qui est notamment le

[1] Discutez la qualité d'une telle approximation.

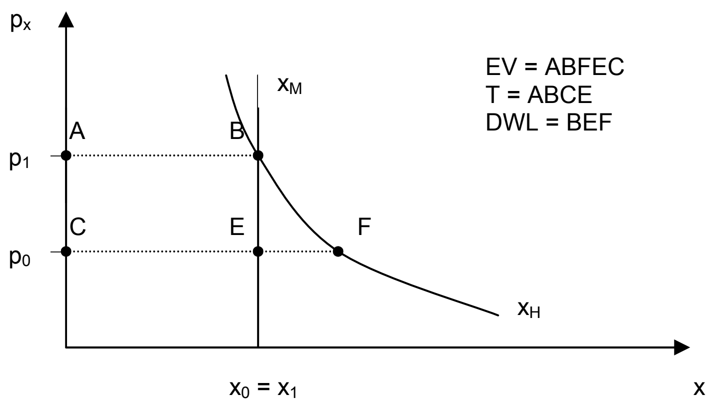
cas si l'effet de substitution est exactement compensé par un effet de revenu de signe opposé, donc si le bien est un bien dit « *inférieur* ».

Admettons que l'on introduise une taxe unitaire t_x qui va faire passer le prix de p_0 à $p_1 > p_0$.



Dans ce cas, la variation du surplus du consommateur ABCE trouve un pendant équivalent dans une recette fiscale supplémentaire de sorte qu'il n'y a pas de deadweight loss DWL'', c'est-à-dire de deadweight loss défini par rapport au surplus du consommateur au sens de Marshall.

Toutefois, il existe un deadweight loss DWL = EV – taxe payée qui, en l'occurrence, est égale à la surface BEF du graphique ci-dessous.



En se référant uniquement à la variation du surplus du consommateur, qui est nulle, on pourrait avoir l'impression qu'il n'y ait pas de perte sèche de la taxe unitaire, et ceci malgré le fait qu'elle a pour conséquence une variation du prix relatif du bien.

Tel n'est toutefois pas le cas, comme le montre l'analyse en termes d'EV et, partant, de DWL = EV – taxe payée.

Il importe d'avoir ces considérations à l'esprit si l'on recourt, comme nous allons le faire par la suite, au CS, à la VCS et, par conséquent, à DWL''=VCS-T.

Une telle façon de procéder est défendable étant donné qu'il reste que le CS et la VCS ont une valeur heuristique certaine, et, sont fort utiles si on n'a pas pour objectif de dégager des mesures précises mais si on se limite à et se satisfait d'une analyse qualitative de dégagement du deadweight loss d'une taxe.

Citons, pour terminer, sur ce point respectivement Bernard Guerrien, *Dictionnaire d'analyse économique* et E. Fees, *Mikroökonomie*, Metropolis-Verlag, 2000, p. 269 :

(i) « *La notion de surplus est utilisée dans les analyses d'équilibre partiel, avec une courbe d'offre et une courbe de demande dans le but de comparer diverses situations du point de vue du bien-être collectif. Toutefois, cette utilisation a été contestée par les théoriciens néo-classiques eux-mêmes, au point que ceux-ci n'y recourent qu'avec beaucoup de réserves – sauf dans les manuels, qui se contentent de l'approche intuitive du surplus, celle qui vient d'être donnée, en laissant dans l'ombre les problèmes qu'elle soulève* ».

(ii) „*Obwohl wir das Kriterium der Maximierung der Summe der Konsumentenrente und der Produzentenrente sowohl für (pragmatische) theoretische als auch für empirische Analysen für ausgesprochen geeignet halten, soll nicht verschwiegen werden, daß sich durchaus auch theoretische Bedenken stellen*."

Ayant abordé cette problématique ouvertement, nous pouvons, en toute connaissance des limites en la matière, recourir par après au concept de surplus au sens de Marshall.

<u>Exercices</u>

(i) Commentez l'extrait suivant de Fees :

„*Die Interpretation der Zahlungsbereitschaft (p_x in der Nachfragefunktion) als Grenznutzen bei der Bestimmung der Konsumentenrente impliziert die Setzung :*

$$\frac{\partial U}{\partial x} = p_x$$

Diese Setzung ist nur richtig sofern λ bei unterschiedlichen Niveaus von p_x konstant bleibt; grundsätzlich entspricht der Grenznutzen $\frac{\partial U}{\partial x}$ nicht der Zahlungsbereitschaft p_x als solche, sondern der mit dem Grenznutzen des Einkommens λ multiplizierten Zahlungsbereitschaft p_x.

Der Grenznutzen des Einkommens sinkt aber in der Regel bei jeder Erhöhung eines Preises, weil die Kaufkraft des gegebenen

Nominaleinkommens zurückgeht. Je mehr wir uns auf der Nachfragefunktion nach links oben bewegen, desto höher ist p_x, desto geringer ist den Grenznutzen des Einkommens und desto geringer auch der Nutzenzuwachs der den Konsument aus der Differenz der Zahlungsbereitschaft und Gleichgewichtspreis zieht."

(ii) Supposons que la fonction d'utilité soit quasi-linéaire, et plus précisément $U = 20 \cdot \sqrt{x} + y$ et que R = 200, p_x=1 et p_y = 1.

Analysez l'impact d'une taxe unitaire t_x = 1. Montrez en particulier que EV=VCS=CV et que, par ricochet, DWL=DWL'=DWL''. Expliquez intuitivement ce résultat.

(iii) Commentez l'affirmation suivante reprise de Auerbach and Hines, chapter 21 « *Taxation and Economic Efficiency* », *Handbook of Public Economics*, Volume 3, North Holland, 2002 :

"*[Due to the imprecision of a consumers' surplus based measure of excess burden] there is no well defined economic question to which the difference between the change in consumers' surplus and tax revenue is the answer*."

(iv) Analysez combien le consommateur devrait obtenir au moins pour que, suite à l'introduction de la taxe, il soit à même de réaliser le panier optimal choisi en l'absence de la taxe.

Montrez en quoi cette approche,- qui repose sur la décomposition de l'effet prix global en un effet de substitution au sens de Slutzky (par opposition à l'effet de substitution au sens de Hicks (à utilité constante)) et en un effet de revenu – appelée « *cost-différence method* », se distingue de l'approche respectivement de la variation compensatoire et de la variation équivalente.

(v) Analysez et comparez les affirmations suivantes :

- "The equivalent variation measures the loss inflicted by the tax as the size of the reduction in income that would cause the same decrease in utility as the tax." (Harvey Rosen)

- "*… taxes impose an excess burden on individuals: their loss in utility from paying taxes exceeds the direct loss in utility from the tax payments themselves*." (Richard Tresch)

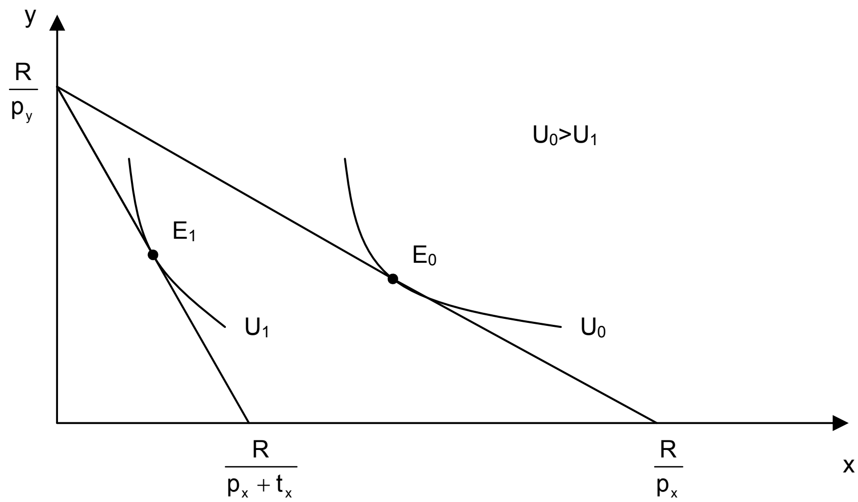
- "*The excess burden of a tax system in the difference between a money measure of the welfare loss caused by the tax system and the tax revenue that is collected*." (Bev Dahlby)

- "*If we think of the welfare loss due to the income effect as the "normal" burden of taxation, which everyone would immediately acknowledge, then the welfare loss due to the substitution effect can be thought of (and is generally referred to) as the excess burden.*

Since the 'normal' burden is unavoidable and is in any case offset by the use of the income, it is the size of the excess burden which is generally used to measure how efficient the tax system is." (*The Economics of Tax Policy*, edited by P. Devereux)

(vi) Dans le cas d'une demande parfaitement verticale de par un caractère de bien inférieur, que peut-on dire sur le deadweight loss défini par rapport à la CV ?

(vi) Commentez le texte ci-après par rapport au graphique suivant:



"*The tax [t_x] has lowered the consumer's utility represented by indifference curve [U_0] to the utility represented by the indifference curve [U_1]. To see that this loss of utility is a burden to the consumer in excess of the taxed paid requires an income measure of the utility loss that can be compared directly with the taxes paid. The appropriate income measure is the parallel distance between the indifference curves [U_0] and [U_1]. The parallel distance can be measured at any point along the curves, but the two standard and natural choices are the old and the new prices*." R. Tresch, *Public Sector Economics*, Palgrave, 2008, p. 291. [Conseil: cf. p.ex. McKenzie, *Measuring Economic Welfare*, Cambridge University Press, pp. 6-9 pour saisir ce dernier point.]

(vii) "*After 1747 many taxpayers decided to avoid the window tax by bricking up their windows (Before strict powers were introduced in 1747, the normal method of avoiding the tax was by stopping up the windows before the assessor arrived and reopening them after he had left!) The lack of amenity arising from the blocking of windows was clearly a cost of the window tax, but although it was a cost to the taxpayer, it was of no benefit to the government. This type of cost may be described as the excess burden of taxation*." (James and Nober, *The Economics of Taxation*, Prentice Hall, p. 22). Analysez de façon critique ce passage, du point de vue des contribuables, du point de vue des marchands et travailleurs de briques et du point de vue de l'Etat.

(viii) Commentez l'affirmation suivante en partant du constat qu'un deadweight loss d'une taxe trouve son origine dans un effet de substitution :

"*Two distorting taxes that give rise to the same relative prices throughout the economy have the same incidence*." (Richard Tresch, p. 357)

Titre IV. Le choix optimal du contribuable producteur-consommateur[1]

Au titre I, nous avons exposé la contrainte budgétaire et introduit des taxes.

Au titre II, nous avons « *élargi* » la contrainte budgétaire en considérant le revenu comme endogène en ce sens qu'il n'est pas donné de façon exogène comme au titre I, mais résulte des et varie selon les choix possibles du consommateur quant au temps, parmi le temps disponible, qu'il affecte au travail, source de revenu.

Au titre III, nous avons introduit les préférences pour analyser les choix optimaux du consommateur compte tenu de sa contrainte budgétaire, du type du titre I, puisqu'à revenu exogène.

Dans ce titre IV, nous passons à un niveau de généralité supérieur[2] en ce sens que nous allons prendre en compte les préférences du consommateur avec prise en compte de son choix travail/loisir. Le non-travail, le loisir, constitue un bien qui entre dans la fonction d'utilité, ensemble avec les autres biens de consommation que nous supposons au nombre de un, à savoir le bien X.[3]

---

[1] Ce titre sera restructuré dans une version ultérieure.

[2] En préparation de ce titre, il est utile de lire ou de relire le chapitre 9 « *Buying and Selling* » de l'excellent textbook de H. Varian, *Intermediate Microeconomics*, 7th edition, Norton, 2006.
A la fin de ce titre, l'on devrait pouvoir sans grand problème lire un texte comme le chapitre 3 « Applications to public finance » de Layard and Walters, *Microeconomic Theory*, McGraw-Hill ou des chapitres de John Leach, *Public Economics*.
On lira également avec grand bénéfice les « *Lecture Notes on Taxation* », de Paul Rothstein que l'on trouve sur le site web de la Washington University in St. Louis.

[3] On continue à supposer que le prix du bien de consommation est fixé de façon exogène et si une taxe de consommation est introduite ce prix augmente à raison de cette dernière, ce qui reviendrait à supposer que l'offre de ce bien est parfaitement élastique. Quant au salaire brut w, on suppose de même qu'il est exogène et qu'un impôt sur ce dernier va se traduire par un non changement de w et une baisse, à raison de cet impôt, du salaire net, qui sans impôt est égal au salaire brut, à raison de cet impôt.

1. Choix optimal travail/loisir

1.1. Le modèle à utilité Cobb-Douglas

1.1.1. Les hypothèses

Admettons que le consommateur puisse consommer un bien dont le prix est $p_x>0$, qu'il dispose de H unités de temps qu'il peut affecter au travail (T)[1], pour gagner un revenu à raison de w>0 par unité de temps ainsi qu'au loisir (l) qui, ensemble avec le bien X, entre dans sa fonction d'utilité.

Admettons que sa fonction d'utilité soit du type Cobb-Douglas :

$$U = x \cdot l$$

La contrainte de temps s'écrit :

$$H \equiv T + l$$

Notons que, comme H=T+l, on peut également écrire l'utilité comme :

$$U = x \cdot (H - T)$$

$$= x \cdot H - x \cdot T$$

Si on 'normalisait' H à H=1, on aurait, avec 0<T<1 et T+l=1 :

$$U = x - x \cdot T$$

Quant à x, nous allons considérer qu'il s'agit d'un bien donné X que l'on pourrait également considérer comme composite.[2]

La contrainte budgétaire s'écrit :

$$w \cdot T = p_x \cdot x$$

---

[1] Quelques remarques d'ordre général sur le travail. Le travail est un facteur de production qui émane des personnes physiques qui offrent un flux de services, le travail, qui est demandé par les unités de production, les entreprises. Contrairement au facteur de production 'capital', le stock 'travail' ne peut pas être acheté, ni une firme ne peut-elle activer, sur la base p.ex. des contrats de travail, la force de production à sa disposition (l'esclavage n'existant plus). Par ailleurs, le travail est quelque chose de très hétérogène – dont on fait abstraction dans les modèles plus élémentaires – et le service travail s'échange dans des marchés fortement réglementés ou encadrés par le droit du travail. Finalement, à un titre ou l'autre, directement ou indirectement, le travail est une base d'imposition importante.

[2] Citons à ce sujet Killingsworth, *Labor supply*, p. 16: "*Of course, in the real world, individuals consume a great variety of different consumer goods rather than a single commodity such as the [X of our model]. However, Hicks (Value and Capital, 2nd ed., Oxford University Press, pp. 312-13) has in effect shown that as regards labor supply analysis it makes no difference how many consumer goods there are, so long as the prices of these goods stay in the same relation to each other. This remarkable result is known as the composite commodity theorem. In some more formal language, it says that if prices of each of a group of goods remain in fixed proportions, then the group of goods may be treated as a single commodity – and all of the results… for a simple labor supply model with just one consumer good remain valid…*"

ou

$$w \cdot (H - l) = p_x \cdot x$$

ou encore :

$$w \cdot H = p_x \cdot x + w \cdot l$$

1.1.2. Les courbes de Marshall

En construisant le Lagrangien L, on obtient :

$$L = x \cdot l + \lambda \cdot [w \cdot H - p_x \cdot x - w \cdot l]$$

Nous obtenons sur le plan des dérivées premières partielles et en les égalisant à 0 :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x} = l - \lambda \cdot p_x = 0 \\[2ex] \dfrac{\partial L}{\partial l} = x - \lambda \cdot w = 0 \\[2ex] \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = w \cdot H - p_x \cdot x - w \cdot l = 0 \end{cases}$$

Il s'ensuit que:

$$\lambda = \frac{l}{p_x} = \frac{x}{w}$$

De cette dernière expression, on dégage que:

$$p_x \cdot x = w \cdot l$$

Il en résulte que :

$$w \cdot H = 2 \cdot p_x \cdot x$$

De ceci, on peut dégager les fonctions de demandes (de Marshall), à savoir la demande pour le bien X :

$$x_M = \frac{w \cdot H}{2 \cdot p_x}$$

et la demande de loisir (de Marshall), qui est verticale, donc parfaitement inélastique :

$$l_M = \frac{H}{2}$$

ainsi que la fonction d'offre de travail (de Marshall) également parfaitement inélastique :

$$T_M = H - l = H - \frac{H}{2} = \frac{H}{2}$$

Le multiplicateur de Lagrange à l'équilibre est :

$$\lambda^* = \frac{H}{2p_x}$$

Il n'est pas fonction de w. Pourquoi ?

La fonction d'utilité indirecte V est :

$$V = x_M \cdot l_M$$

$$= \frac{w \cdot H}{2 \cdot p_x} \cdot \frac{H}{2} = \frac{w \cdot H^2}{4 \cdot p_x}$$

1.1.2. Les courbes de Hicks

Les fonctions de demande de Hicks ou compensées, sont trouvées en cherchant à minimiser la dépense[1] :

$$L = p_x \cdot x + w \cdot l + \lambda \cdot [\overline{U} - x \cdot l]$$

D'où :

$$\frac{\partial L}{\partial x} = p_x - \lambda \cdot l = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial l} = w - \lambda \cdot x = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \overline{U} - x \cdot l = 0$$

Il en résulte que :

$$\lambda = \frac{P_x}{l} = \frac{w}{x}$$

---

[1] On pourrait également écrire $L = p_x \cdot x - w \cdot T + \lambda \cdot \left[\overline{U} - x(H - T)\right]$.

Partant, on a les fonctions de demande de Hicks pour le bien X, X_H, et pour le loisir l, l_H, suivantes :

$$x_H = \sqrt{\frac{\bar{U} \cdot w}{P_x}}$$

$$l_H = \sqrt{\frac{\bar{U} \cdot P_x}{w}}$$

La fonction d'offre de travail compensée T_H est :

$$T_H = H - l_H$$

$$= H - \sqrt{\frac{\bar{U} \cdot P_x}{w}}$$

La fonction de dépense minimale D est[1] :

$$D = p_x \cdot x_H + w \cdot l_H$$

$$= 2\sqrt{p_x \cdot w \cdot U}$$

De par le lemme de Shepard, on a :

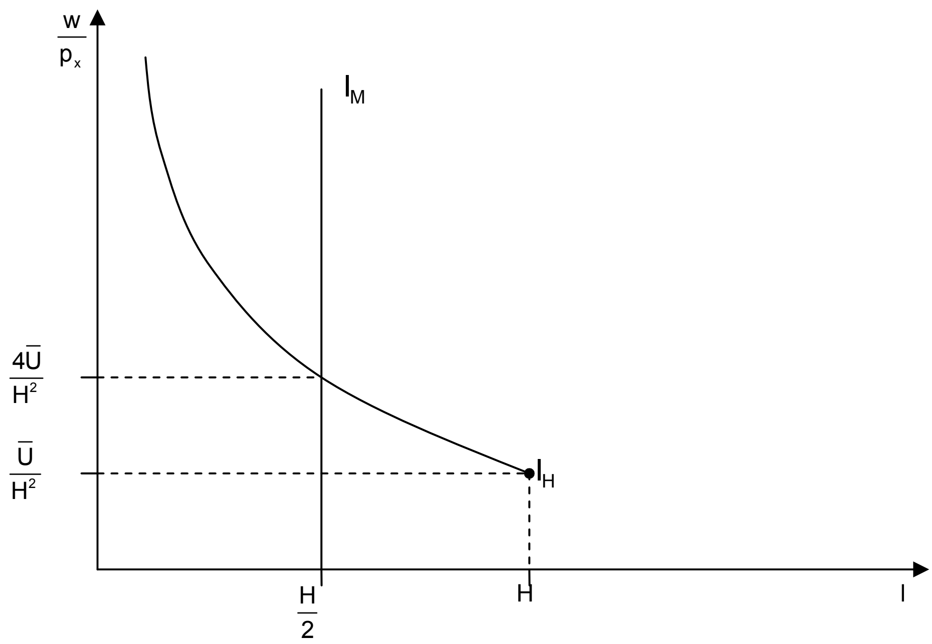
$$\frac{\partial D}{\partial w} = l_H$$

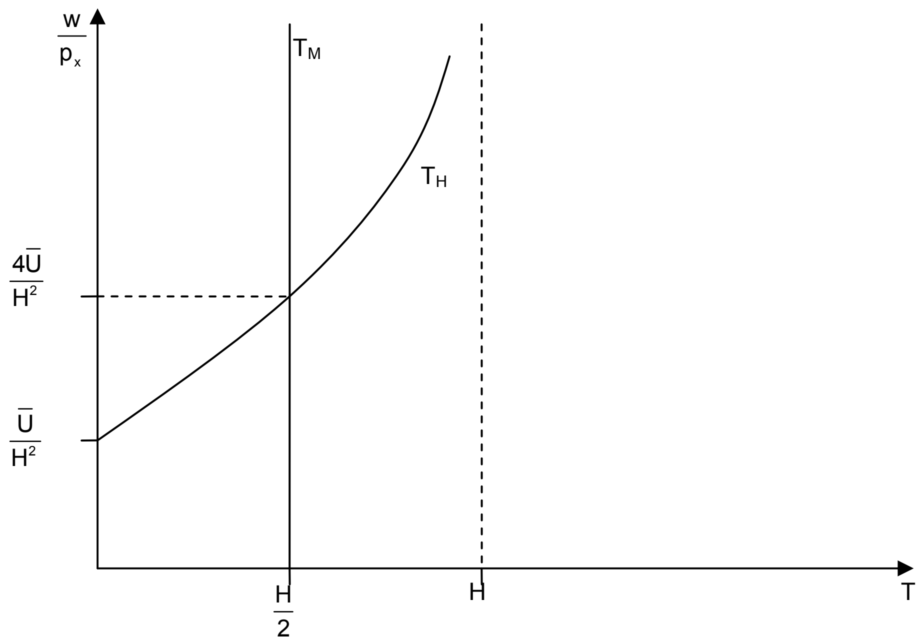
et

$$\frac{\partial D}{\partial p_x} = x_H$$

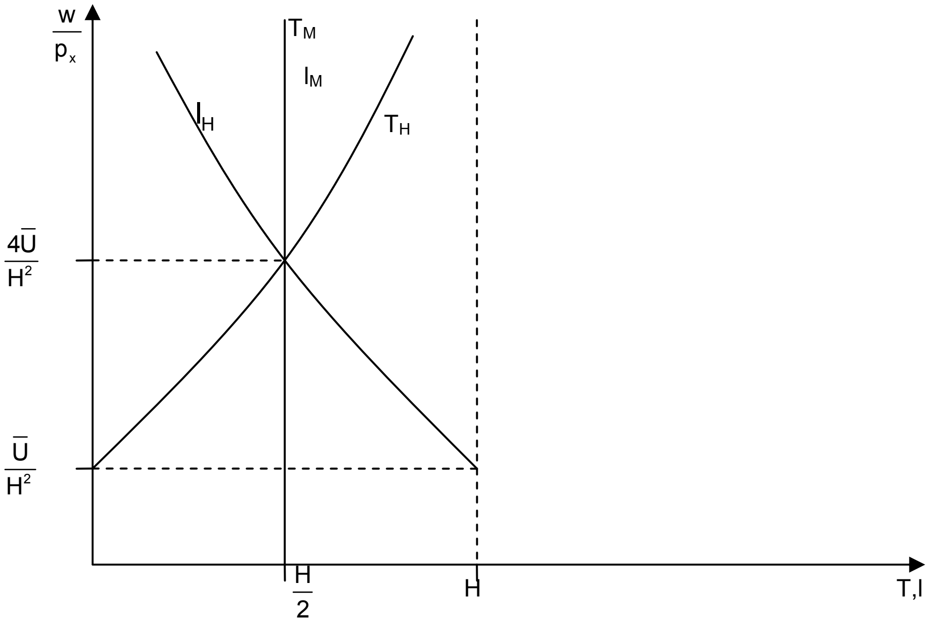
[1] Notez que de $D = 2\sqrt{p_x \cdot w \cdot U}$, il découle que $U = \frac{D^2}{2 \cdot p_x \cdot w}$ et vice-versa.

Graphiquement, on a respectivement pour I_H et T_H :

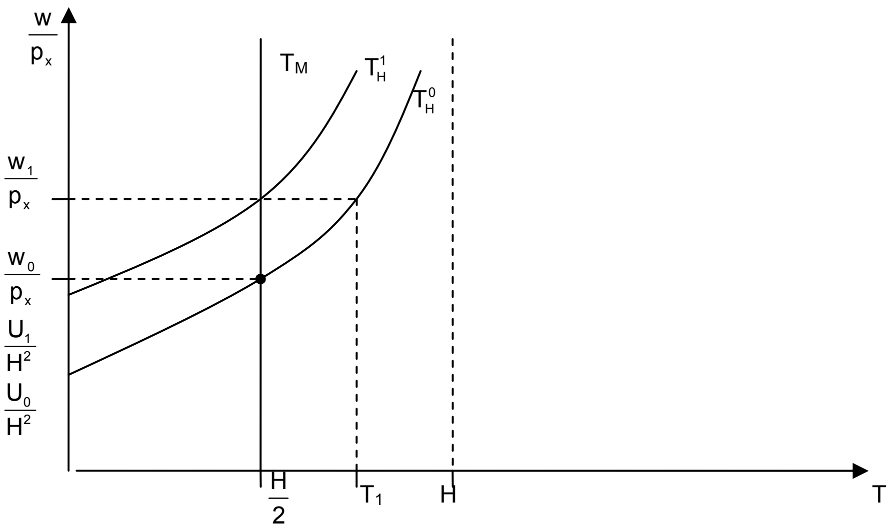




Réunies dans un même graphique, on a pour les deux fonctions de Hicks I_H et T_H, avec $I_H+T_H=H$ (et donc $\Delta I_H + \Delta T_H = 0$) le graphique ci-après :



Regardons de plus près le volet offre de travail.



Supposons que le salaire de départ est w_0.

Si w_0 augmente à w_1, l'offre de travail ne change pas. On a certes un effet de substitution $\frac{H}{2}T_1$ d'après lequel le coût d'opportunité w du loisir augmente de sorte que l'on substitue du bien X, c'est-à-dire du travail au loisir, effet de substitution qui constitue l'offre de Hicks, mais cet effet de substitution est exactement compensé par un effet de revenu de même ampleur mais de signe opposé, $T_1 \frac{H}{2}$.

1.1.3. Comparaison

Comparons ces résultats avec le modèle du titre précédent, toujours à préférences Cobb-Douglas, où le revenu n'est pas endogène mais exogène et où le consommateur compose son panier optimal en choisissant par rapport à deux biens, X et Y.

Les fonctions de demande de Marshall dans ce modèle sont :

$$x_M = \frac{R}{2p_x}$$

$$y_M = \frac{R}{2p_y}$$

Les deux biens X et Y sont normaux. Si le revenu exogène R augmente, on a que respectivement x_M et y_M augmentent.

$$\frac{\partial x_M}{\partial R} = \frac{1}{2p_x} > 0$$

$$\frac{\partial y_M}{\partial R} = \frac{1}{2p_y} > 0$$

Cet effet prix total est composé de deux sous-effets, d'un effet de substitution et d'un effet de revenu.

Ces deux sous-effets, pour un bien normal, vont dans la même direction et se renforcent.

En effet, si p_x augmente, premièrement, on substitue du bien Y à du bien X et, deuxièmement, on achète moins du bien Y (tout comme du bien X) à travers l'effet de revenu. Autrement dit, si p_x augmente, le prix relatif du bien X augmente et l'ensemble des possibles se réduit, les deux effets se déclinant chacun par une baisse de la quantité demandée du bien X.

Dans le modèle travail/loisir de ce titre, on a deux biens finaux, à savoir le bien X et le loisir. Le travail est le « *moyen* » pour « *produire* » du bien X. Le loisir et le bien X sont également des biens normaux.

Toutefois, l'effet de substitution et l'effet de revenu ne se renforcent pas mutuellement.

Si w augmente, on substitue du travail au loisir, c'est-à-dire on demande moins de loisir (et plus du bien X). En revanche, l'augmentation de w fait que pour une quantité de travail donnée le revenu augmente et comme le loisir est normal, cet effet revenu augmente la demande loisir.

Autrement dit, si w augmente, le prix relatif du loisir augmente tandis que l'ensemble des possibles cette fois-ci est élargi.

Donc, si w augmente, l'effet de substitution y associé réduit la demande de loisir tandis que l'effet de revenu y associé l'augmente.

Dans le cas présent des préférences Cobb-Douglas, on a de surcroît que les deux effets en sens opposé se compensent exactement.

Exercices

(i) Montrez que les fonctions de Hicks sont :

$$x_H = \sqrt{\frac{w \cdot \bar{U}}{p_x}}$$

$$l_H = \sqrt{\frac{p_x \cdot U}{w}}$$

$$T_H = H - l_H = H - \sqrt{\frac{p_x \cdot \bar{U}}{w}}$$

et que la fonction de dépense minimale est:

$$D = 2 \cdot \sqrt{p_x \cdot w \cdot U}$$

(ii) Commentez les remarques ci-après reprises de M. Killingsworth, *Labor Supply*, Cambridge University Press, 1983, p. 18 :

"*… the simple model [le modèle sous revue] focuses on labor supply as an aspect of individual choice. However, contrary to what various writers at either extreme of the political spectrum sometimes seem to infer, this has no ideological implications. In particular, the claim that "individual choice implies that individuals are responsible for their income positions; if they starve, it is their choice, if they are rich, it is their choice" is unfounded. For in the simple model (and, indeed, in most economic models) decisions are subject to constraints – notably, in the present case, the value of the wage… The fact that these constraints are "tight" or "loose" (e.g., that the wage is high or low) may also be a consequence of the individual's own choices (laziness,* *dropping out of school); but it may also be a result of actions by others (discrimination, an inferior school system), changing the constraints will change labor supply. Then to say that labor supply model implies that an individual's low earning are simply "his choice" is either to ignore the role that constraints play in labor supply decision or else to assume what the simple model does not: that the constraints themselves are wholly "his choice" too*."

1.1.4. Exemple numérique

Développons un exemple numérique.

Supposons que w=120 et que p_x=10, donc que $\frac{w}{p_x}$=12.

Dans ce cas, l'on obtient la contrainte budgétaire :

$$120 \cdot H = 10 \cdot x + 120 \cdot l$$

ou

$$x = 12 \cdot H - 12 \cdot l$$

Notons que $\left|\frac{dx}{dl}\right|$=12.

En utilisant les fonctions de demande (de Marshall), on constate que le choix optimal du consommateur que nous dénotons par (x_0,y_0) est :

$$x_0 = \frac{120 \cdot H}{2 \cdot 10} = 6H$$

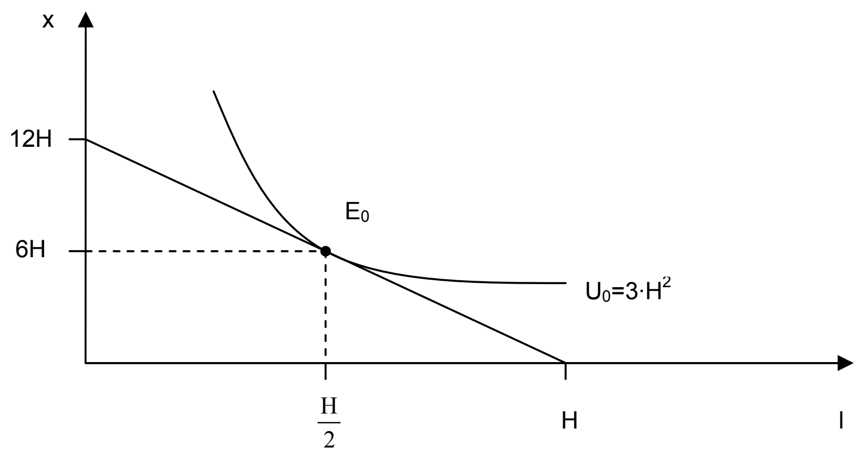
$$l_0 = \frac{H}{2}$$

$$T_0 = H - \frac{H}{2} = \frac{H}{2}$$

$$\lambda_0 = \frac{H}{2 \cdot 10} = \frac{H}{20}$$

Le niveau d'utilité générée est $U_0=6 \cdot H \cdot \frac{H}{2} = 3 \cdot H^2$.

Graphiquement :



Exercice

Supposez que le salaire augmente à 180. Dégagez le nouveau choix optimal du consommateur. Dégagez l'effet prix (salaire) total et décomposez-le en effet de substitution, d'un côté, et effet de revenu global, de l'autre, tout en décomposant encore ce dernier dans les deux sous-effets de revenu vus ci-dessus.

(Eléments de réponse : Le choix final du consommateur pour le salaire w'=180 sera $l_1=\frac{H}{2}$ et $x_1=9H$. L'effet de substitution dû à la hausse du salaire diminuera le loisir de $\frac{H}{2}$ à $\frac{1}{\sqrt{6}}\cdot H$. L'effet revenu global se décompose en un effet du revenu relatif à la variation du salaire qui fait baisser le loisir de $\frac{1}{\sqrt{6}}H$ à $\frac{1}{3}H$ et en un effet de revenu dû à l'impact sur la dotation qui fera passer le loisir de $\frac{1}{3}H$ à $\frac{H}{2}$).

1.1.5. Quelques caractéristiques d'une fonction d'utilité Cobb-Douglas

Il est utile de présenter dans le cadre de l'analyse du choix travail-loisir quelques caractéristiques clés d'une fonction d'utilité Cobb-Douglas, et ceci pour bien saisir la portée et les limites des résultats dégagés[1] :

- les biens entrant dans la fonction d'utilité sont tous essentiels. Si x=0, on a U=0, peu importe la valeur de l>0 de même que si l=0, on a U=0, peu importe la valeur de x>0. On ne peut pas travailler tout le temps tout comme on ne peut pas ne pas travailler du tout.[2]

- De façon générale, on a, sur le plan de la fonction d'offre de travail, une non-détermination théorique du signe de cette dernière comme le soulignent Hindriks et Myles[3] :

  "*The direction of the substitution effect (of an increase in the wage rate) can always be signed, since it is given by a move around the indifference curve. In contrast, the income effect cannot be signed – it may be positive or negative. Consequently, the net effect is ambiguous so an increase in the wage can raise or lower labour supply. This is the basic ambiguity that runs throughout the analysis of labour supply*."

  En présence d'une fonction d'utilité Cobb-Douglas, l'offre de travail T est indépendante du salaire w (du salaire réel $\frac{w}{p_x}$) et des variations de ce dernier. Elle est égale à une fraction (la moitié si $U=x\cdot l$, une fraction dépendant de α et β si $U=x^{\alpha}\cdot l^{\beta}$) de la dotation de temps H. Tel est le cas parce que l'effet de substitution et l'effet de revenu se compensent exactement.

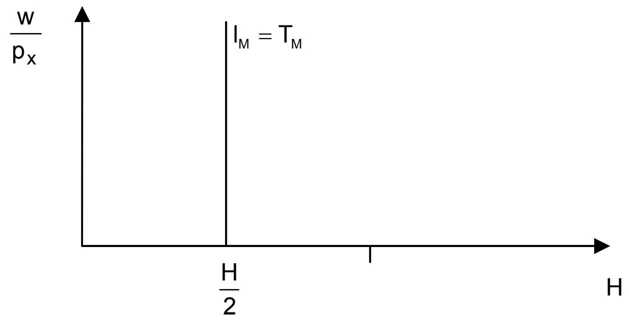
  Avec la fonction Cobb-Douglas, on a une fonction d'offre de travail verticale.

---

[1] La fonction Cobb-Douglas est un véritable « workhorse » de la théorie économique, ce qui ne doit pas faire oublier qu'elle a quelques caractéristiques particulières qui ont une importance à géométrie variable selon les thèmes analytiques. En tout cas, si on l'utilise, on a intérêt à bien saisir les particularités en question.

[2] Cela se traduit également dans les utilités marginales. On a $U_x=y(U_y=x)$. Donc, l'utilité marginale du bien X (Y) n'est positive que si y>0 (x>0).

[3] *Intermediate Public Economics*, The MIT Press, 2006



On a donc le cas frontière entre une courbe positive et une courbe négative.

De ce fait, la fonction Cobb-Douglas n'est pas tellement irréaliste (pour le moins pour ceux qui sont dans le marché du travail pour lesquels il existe, de surcroît, une durée légale de travail).[1]

Si on est en présence d'une fonction Cobb-Douglas et d'un revenu exogène non salarial $\overline{M}$, alors l'effet de substitution d'une hausse de w l'emporte clairement sur l'effet de revenu de la hausse de w et alors I diminue et T augmente.

- Le rapport $\frac{x}{I}$ va augmenter si w augmente, si p_x diminue, ou plus généralement, si le salaire réel $\frac{w}{p_x}$ augmente, et ceci parce qu'on aura dans ces cas que x augmente, I restant constant.
- L'élasticité de substitution est constante et égale à 1. Celle-ci se définit, en l'occurrence, comme le rapport entre la variation relative du ratio entre le bien X et le loisir I, donc de $\frac{x}{I}$, et la variation relative du salaire réel[2], donc de $\frac{w}{p}$. Si donc et approximativement, le salaire réel augmente de 1%, le rapport $\frac{x}{I}$ augmente de 1%. L'élasticité de substitution entre autres est une indication de l'intensité de l'effet de substitution. Plus cette élasticité est élevée, plus l'effet de substitution est important. En l'occurrence, elle est constante et égale à 1.

---

[1] Conceptuellement, on peut distinguer deux décisions d'un 'travailleur'. La décision, d'un côté, de participer ou non au marché du travail (décision dite d'« *extensive margin* »), qui est notamment fonction de son prix de réservation qui dépend du salaire, du niveau de transferts et en présence d'un impôt sur le revenu, du taux moyen d'imposition et, de l'autre côté, combien de temps travailler (décision dite d'« *intensive margin* »), qui est notamment fonction du salaire par unité de temps qui, en présence d'un impôt sur le revenu, dépend du taux marginal d'imposition.

[2] Ceci est vrai en relation avec les choix optimaux où le taux marginal de substitution est égal au prix relatif, en l'occurrence au salaire réel.

- Notons encore une autre caractéristique intéressante, et ceci sur la base d'un exemple numérique par rapport à une fonction $U=x\cdot y$.

  Dépenser $R_1=100$ et puis $R_2=100$ pour les biens X et Y entrant dans la fonction d'utilité, génère un niveau d'utilité $\left(\frac{100}{2\cdot p_x},\frac{100}{2\cdot p_y}\right)$ et puis de nouveau $\left(\frac{100}{2\cdot p_x},\frac{100}{2\cdot p_y}\right)$, ce qui donne $U_1=\frac{10.000}{4\cdot p_x\cdot p_y}$ et $U_2=\frac{10.000}{4\cdot p_x\cdot p_y}$ tandis que dépenser $R_1=0$ et puis $R_2=200$ génère respectivement $U'_1=0$ et $U'_2=\frac{40.000}{4\cdot p_x\cdot p_y}$ avec pour conséquence que $U'_1+U'_2>U_1+U_2$ quoique dans chaque scénario on a dépensé en tout 200, à savoir respectivement (100+100) et (0+200).

  De façon plus générale, en relation avec la fonction d'utilité indirecte, on a ($0<\alpha<1$) :

  $$V(\alpha\cdot R) + V((1-\alpha)\cdot R) < V(0) + V(R)$$

- La fonction d'utilité $U=x\cdot y$ est homothétique étant donné qu'elle est une transformation d'une fonction linéaire homogène. En effet, on peut écrire $U=x\cdot y=\left(x^{\frac{1}{2}}\cdot y^{\frac{1}{2}}\right)^2=Z^2$. La fonction $Z=x^{\frac{1}{2}}\cdot y^{\frac{1}{2}}$ est linéaire homogène puisque $Z(tx,ty)=t\cdot Z(x,y)=t\cdot Z$. Un certain nombre des propriétés économiques ci-dessus sont précisément inhérentes à cette caractéristique mathématique. En général, si une fonction d'utilité est linéaire-homogène, on peut écrire la fonction de dépense minimale $D(p_x,p_y,U)$ comme $U\cdot f(p_x,p_y)$. Si elle est une transformation monotone croissante d'une fonction linéaire homogène, on a $D(p_x,p_y,U)=F(U)\cdot f(p_x,p_y)$ avec $F'(U)>0$. En l'occurrence, $D(p_x,p_y,U)$ pour $U=x\cdot y$ est $2\sqrt{p_x\cdot p_y\cdot U}=\sqrt{U}\cdot\sqrt{4p_x\cdot p_y}$. Pour $Z=x^{\frac{1}{2}}\cdot y^{\frac{1}{2}}$, la fonction de dépense minimale est $U\cdot\sqrt{4p_x\cdot p_y}$.

<u>Exercices</u>

(i) En rappelant que la fonction d'utilité Cobb-Douglas s'écrit en général comme $U=x^{\alpha}\cdot y^{\beta}$, précisez à quelle valeur il faudrait fixer les paramètres α et β pour que la demande de travail et son opposé, l'offre de travail, soient respectivement $l=\frac{2}{3}H$ et $T=\frac{1}{3}H$.

(ii) Peut-on, en présence d'une fonction d'utilité du type Cobb-Douglas, dire, ceteris paribus, sur la préférabilité entre avoir le choix entre un bien X et le loisir ou avoir le choix entre un bien X, un bien Y et le loisir, donc selon qu'on a $U = x \cdot l$ ou $U = x \cdot y \cdot l$?

1.2. Les différents cas possibles et décomposition en effet de substitution et effet de revenu

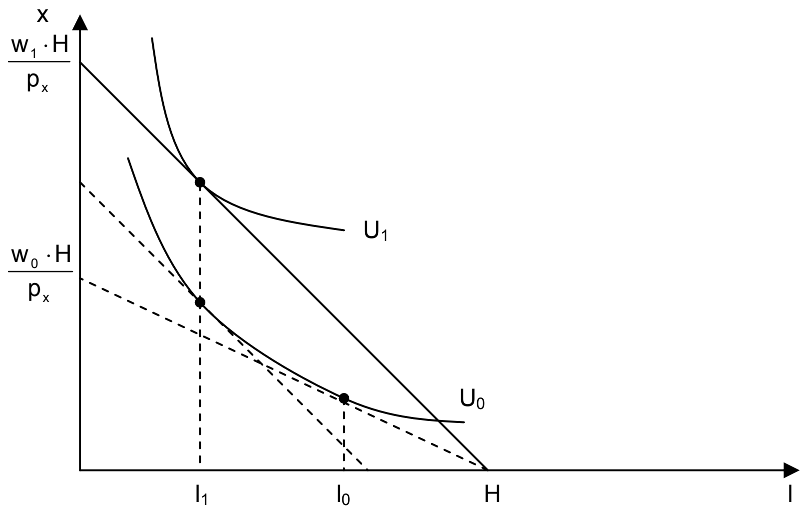
Nous allons par la suite nous situer à un niveau de généralité supérieur en analysant les différents cas structurels qui peuvent se présenter en relation avec le choix travail/loisir tel qu'il s'exprime entre autres dans la fonction d'offre de travail. En ce faisant, on va également préciser chaque fois les deux sous-effets, l'effet de substitution et l'effet de revenu qui composent l'effet total d'une variation du salaire w, en l'occurrence d'une augmentation de ce dernier.

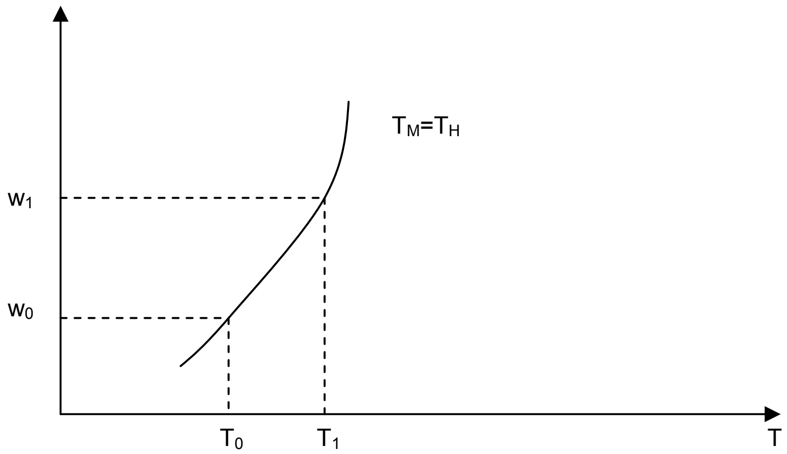
En ce faisant, on retrouve également le cas Cobb-Douglas analysé ci-dessus.

1.2.1. Les différents cas possibles

Nous allons passer en revue les différents cas qui peuvent se présenter.

Cas (a)

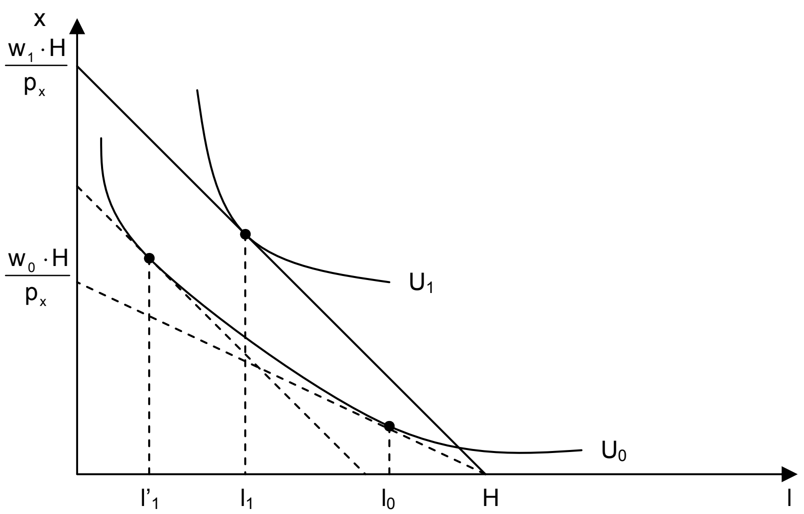


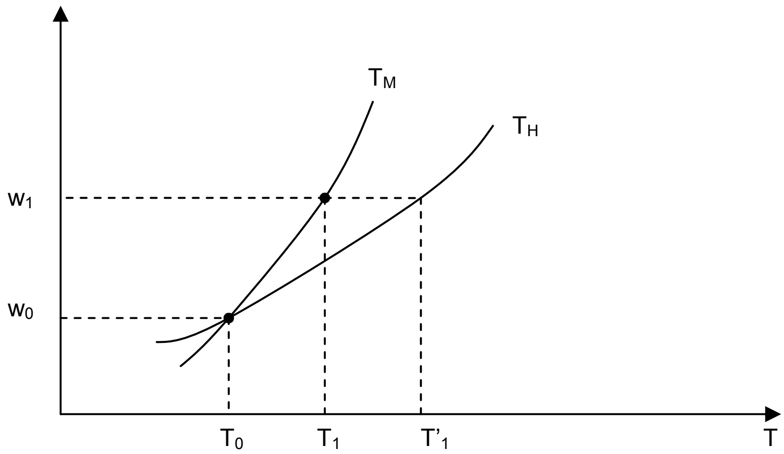


Dans ce cas, on a un effet de substitution égal à l_0l_1 tandis que l'effet de revenu est nul.

Partant, l'effet total de la hausse de $w \cdot (w_1 > w_0)$ est l_0l_1 de sorte que les offres de Marshall et de Hicks coïncident. Il n'y a pas d'effet revenu qui pourrait respectivement diminuer la réduction du loisir et l'augmentation du travail que comporte l'effet de substitution déclenché par la hausse de w.

Cas (b)

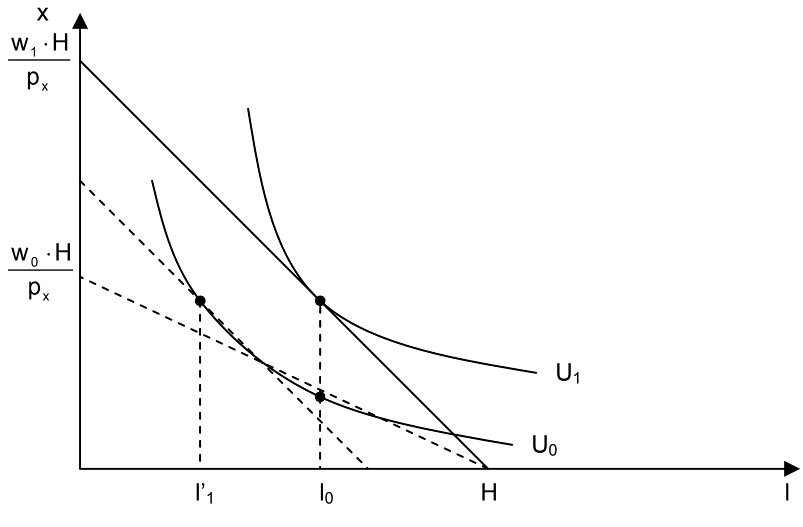


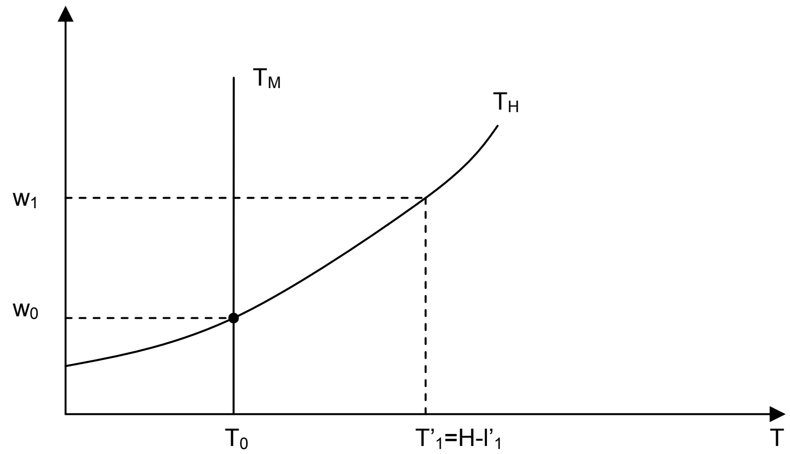


Dans ce cas, on a à côté de l'effet de substitution $l_0l'_1$ un effet de revenu l'_1l_1 qui ne fait que partiellement compenser l'effet de substitution, ce qui donne un effet total l_0l_1.

Cas (c)

Passons maintenant au cas où l'effet d'augmentation du travail que comporte l'effet de substitution dû à une hausse de w est exactement compensé par l'effet de revenu se déclinant en un impact de diminution du travail.





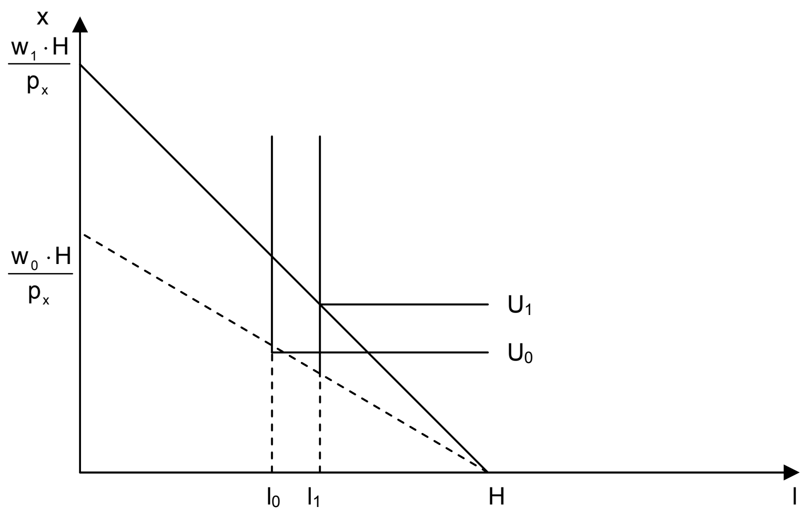
C'est le cas des préférences Cobb-Douglas.

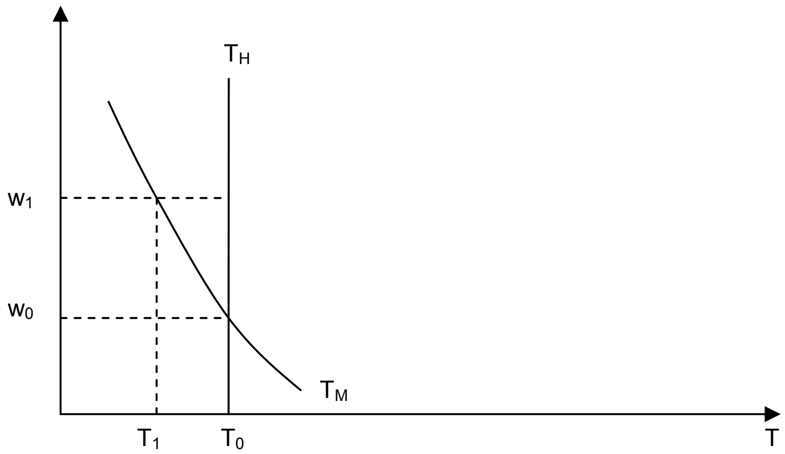
Admettons que le consommateur avant la hausse de w choisisse le point E_0. Après la hausse il va choisir le point E_1.

Si une hausse de w n'affecte pas l, et donc ni T, cela ne signifie pas que « *rien ne se passe* ».

La hausse de w implique aussi bien un effet de substitution qu'un effet de revenu, ces deux effets étant toutefois tels qu'ils se compensent exactement.

Notons qu'il existe encore un autre cas limite où l'effet de substitution est zéro.





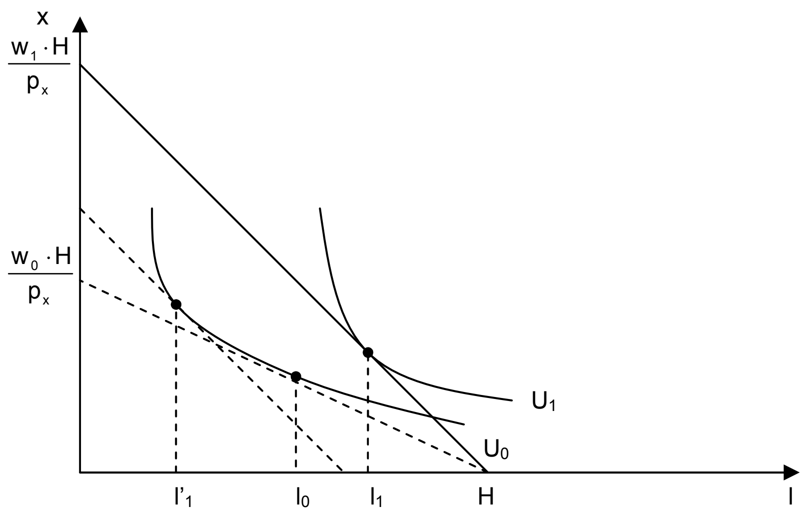
C'est le cas de préférences Léontief où il n'existe qu'un effet revenu de sorte que si w augmente, la quantité de travail offerte diminue.

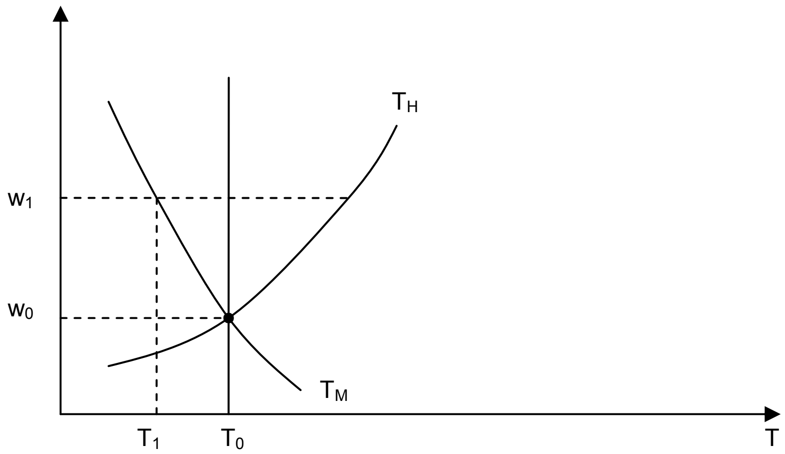
Exercice

Que dire si non seulement l'effet de substitution est nul, mais également l'effet de revenu ?

Cas (d)

Regardons maintenant le cas où l'effet de revenu l'emporte sur l'effet de substitution.





Dans ce cas, l'offre de travail est « *backward bending* » (courbe rebroussée). Une augmentation du salaire w entraîne une diminution de l'offre de travail.

Sans entrer dans ses technicités, notons qu'une courbe d'offre ne peut être de cette forme qu'à partir d'un certain niveau de salaire, car comment sinon gagner un quelconque revenu du travail ? Certes si on a un revenu de non-travail, il est possible que l'on choisisse de ne pas travailler du tout.

<u>Exercice</u>

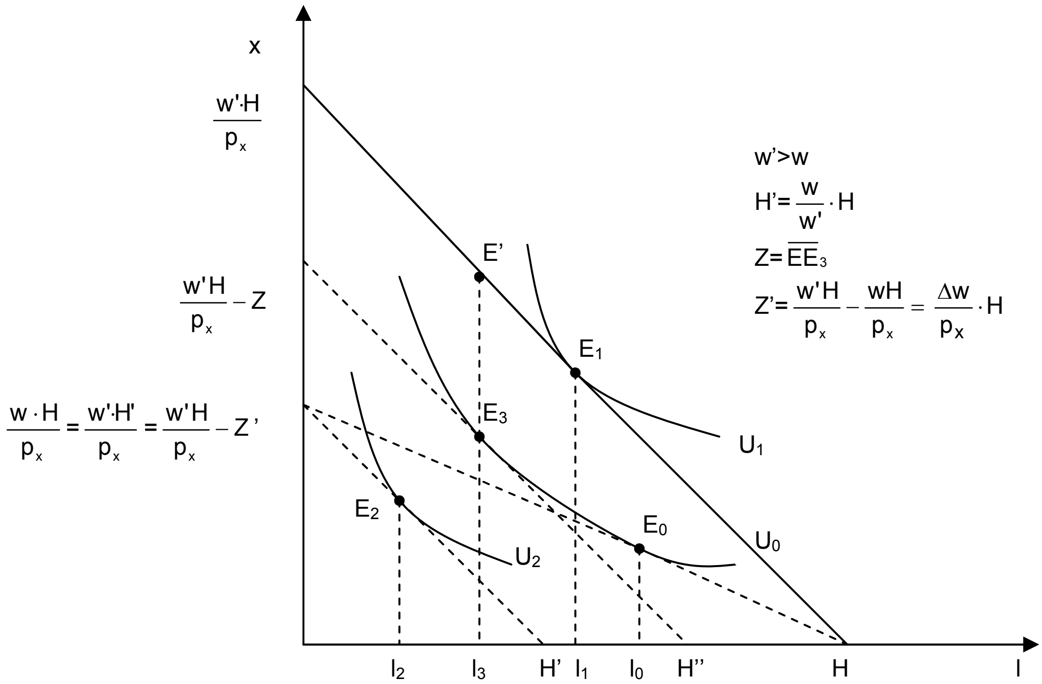
Commentez l'extrait suivant de Binger et Hoffmann, *Microeconomics with Calculus*, 2nd edition, p. 462 :

"*(…) note that for some very low levels of income, the labour supply curve has to be upward sloping. When the wage goes from 0 to some positive amount, labour supply either stays at 0 (if there is some minimum wage before an individual begins to work) or it increases from 0 to some positive amount. Leisure would not be a good if people worked when the wage was 0 and stopped working when it became positive. The question is then whether people actually do work less after some point as wages go up*."

1.2.2. Analyse plus détaillée

Le graphique ci-après indique la décomposition de l'effet prix (salaire relatif) en deux effets, ainsi que les détails de ces derniers en supposant que le bien X et le bien loisir l sont des biens normaux.

Supposer que les deux biens soient normaux revient à supposer que si, ceteris paribus, le revenu augmente, on demande plus du bien X et on demande plus de loisir, donc l'on offre moins de travail.[1]



E_0E_3 : effet de substitution ($w\uparrow \Rightarrow l\downarrow, x\uparrow$)

E_3E_1 : effet de revenu ($w\uparrow \Rightarrow l\uparrow, x\uparrow$)

L'effet de substitution est E_0E_3. On l'obtient en glissant la contrainte budgétaire initiale $\left(H, \frac{w \cdot H}{p_x}\right)$ le long de U_0 jusqu'à ce qu'elle soit parallèle à la contrainte finale $\left(H. \frac{w' \cdot H}{p_x}\right)$, ce qui donne la nouvelle contrainte $\left(H'', \frac{w' \cdot H}{p_x} - Z\right)$ et la tangence entre celle-ci et la courbe d'indifférence initiale U_0 au point E_3. Cet effet est d'autant plus élevé que l'élasticité de substitution inhérente à la courbe d'indifférence est élevée.

Il est également, ceteris paribus, d'autant plus élevé que $\Delta w = w' - w$ est élevé.

L'effet revenu final ou global comme déjà indiqué se compose de deux effets, un effet de revenu typique que l'on peut appeler « *effet de revenu de la hausse du salaire* » et un effet de revenu propre au choix travail-loisir que l'on peut appeler « *effet de revenu de la valorisation de la dotation H* ».

[1] Le graphique qui suit est général. Il ne se rapporte pas à la fonction d'utilité Cobb-Douglas même si les biens sont également normaux dans une telle fonction.

L'effet de revenu dû à la variation du salaire $\left(-\left(l_3 - l_2\right)\right)$ est :[1]

E_3E_2

tandis que l'effet revenu dotation (l_1-l_2) est :

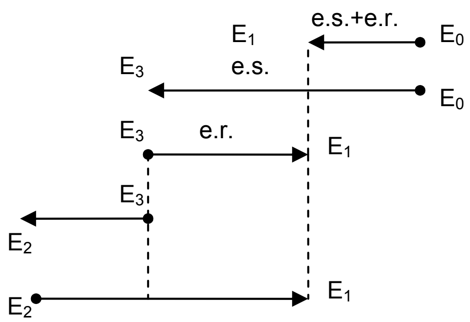
E_2E_1

On a comme effet de revenu global[2] :

$$E_3E_2 + E_2E_1 = E_3E_1 \; \left(-\left(l_3 - l_2\right) + \left(l_1 - l_2\right) = \left(l_1 - l_3\right)\right)$$

L'effet prix total E_0E_1 se compose dès lors de l'effet de substitution E_0E_3 et de l'effet revenu global E_3E_1 (qui lui se décompose en effet de revenu dû à la variation du prix E_3E_2 et en effet de revenu dû à la dotation, E_2E_1).

On peut représenter comme suit l'effet prix (salaire) total :



En résumé et en raisonnant par rapport à une baisse du salaire de par l'introduction d'un impôt proportionnel sur le salaire brut on a que si le salaire net diminue suite à l'introduction ou l'augmentation d'un impôt prendre une heure de loisir coûte moins en termes de la quantité du bien X à laquelle on renonce en affectant ladite heure au loisir plutôt qu'au travail.

---

[1] On le trouve en pivotant la contrainte budgétaire initiale au salaire w autour du point $\frac{w\cdot H}{p_x}$ vers l'origine jusqu'à ce qu'elle soit parallèle à la nouvelle contrainte budgétaire correspondant au salaire w'. En ce faisant, on aura une intersection avec l'axe des abscisses à un point H'. Cette contrainte budgétaire s'écrit $w'\cdot H'=p_x\cdot x+w'\cdot l$. Donc, $x=\frac{w'\cdot H'}{p_x}-\frac{w'}{p_x}\cdot l$. Si l=0, on a par construction de cette contrainte que $\frac{w'\cdot H'}{p_x}=\frac{w\cdot H}{p_x}$, donc il en résulte que $H'=\frac{w}{w'}\cdot H < H$. L'on peut s'interroger sur la signification économique de respectivement H' et H''. Il s'agit chaque fois respectivement du temps de travail maximal nécessaire pour réaliser respectivement $\frac{w'\cdot H'}{p_x}$ et $\frac{w'\cdot H}{p_x}-Z$ '. Le plus souvent pour 'éviter' la problématique interprétative sous revue, on construit le modèle en supposant qu'à côté du revenu de travail endogène, w·T, il existe encore un revenu de non travail qui lui est considéré comme étant exogène (cf. ci-après).

[2] Notons que si on lie E_2, E_3 et E_1, l'on voit, comme il faut s'attendre pour des biens normaux, que si la contrainte budgétaire se déplace parallèlement vers l'extérieur, les demandes à la fois pour le bien X et pour le loisir augmentent.

Autrement dit, si on substitue une heure de loisir à une heure de travail, on renonce à moins d'unités du bien X qu'avant la baisse du salaire net.

Cet effet est l'effet de substitution et il comporte une hausse du loisir et, partant, une baisse du travail et, de façon concomitante une baisse de la quantité achetée du bien X.

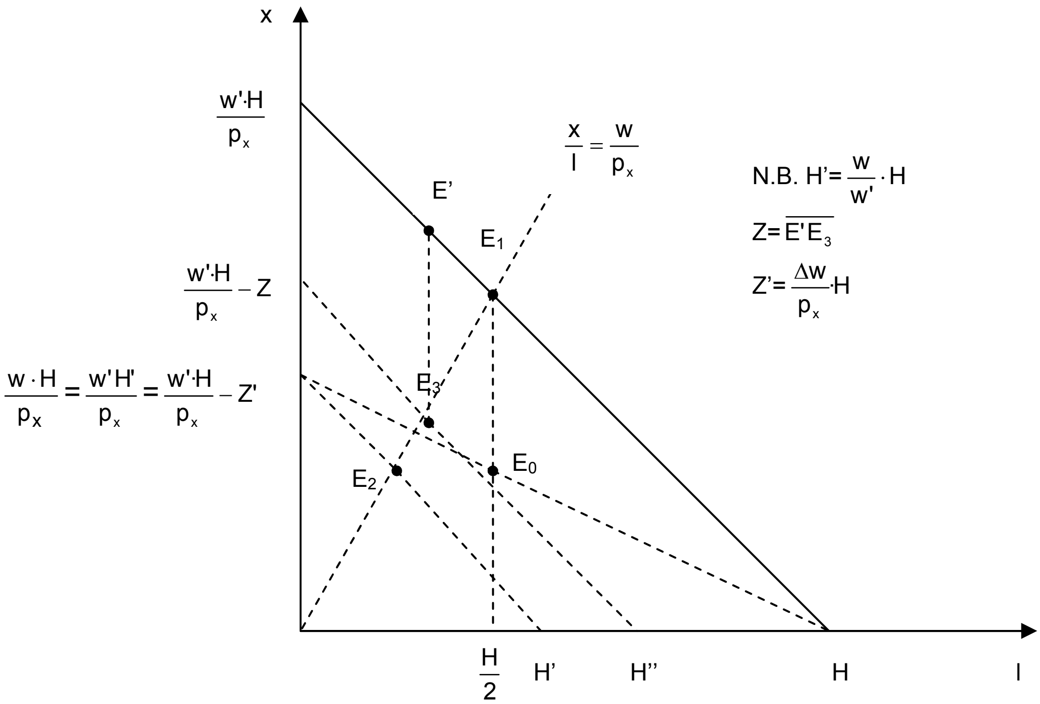
En revanche, pour toute et n'importe quelle quantité de travail donnée, le revenu salarial se trouve diminué. Cette baisse du revenu salarial, ceteris paribus, implique une baisse de la quantité consomme du bien X. Toutefois, l'on peut réduire également et parallèlement le temps de loisir, l'autre 'bien' consommé, ce qui, à travers la hausse de la quantité de travail, se traduit, certes au salaire net plus bas, par une hausse du revenu salarial qui permet une baisse moindre de la quantité du bien X qu'à quantité de travail donnée parce que s'accompagnant d'une baisse du loisir.

Ce double effet combiné du dernier paragraphe, le fait qu'une quantité de travail donnée permet de consommer moins du bien X et le fait que l'on peut amenuiser (pour partie) cette baisse à travers une baisse du loisir qui se traduit par un revenu salarial accru constitue l'effet de revenu global.[1]

---

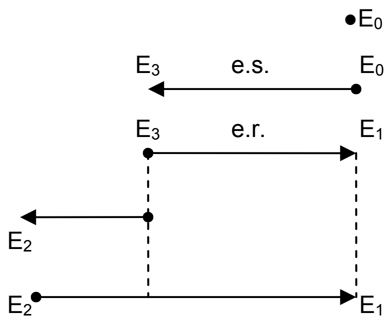
[1] cf. Deaton et Muellbauer, *Economic and Consumer behavior*, Cambridge University Press, 1980, p. 86 et

Passons maintenant au cas de la fonction Cobb-Douglas où l'effet de substitution et l'effet de revenu global se compensent exactement[1], ce qui nullement n'exclut que les deux effets soient à ampleur élevée :



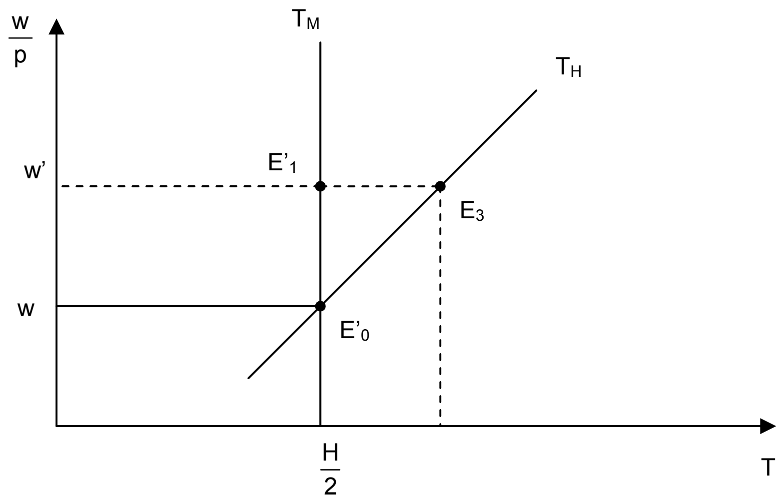
On a :

E_0E_3 effet de substitution
E_3E_1 effet de revenu

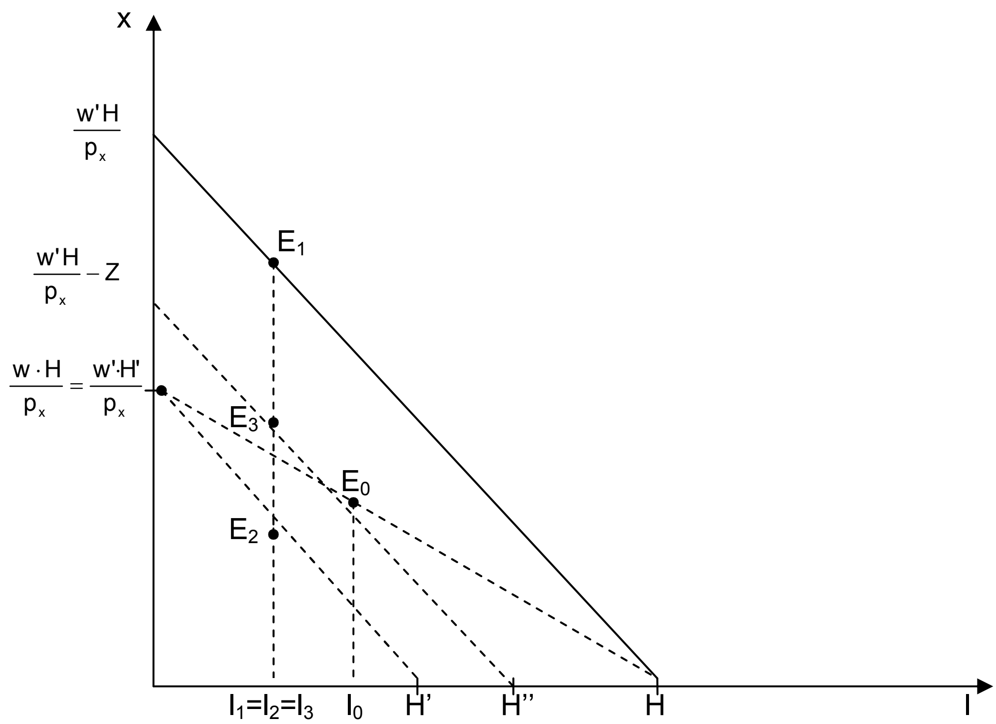


L'offre de travail est parfaitement verticale tandis que l'offre de travail compensée qui ne reprend que l'effet de substitution est à pente positive.

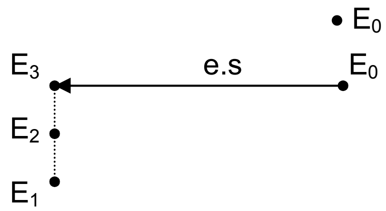
[1] Pour ne pas surcharger le graphique, on a laissé de côté les courbes d'indifférence. Rappelons que E_3 et E_0 sont les points de tangence avec la même courbe d'indifférence initiale U_0, que E_1 est le point de tangence avec la courbe d'indifférence finale $U_1>U_0$ et que E_2 appartient à une courbe d'indifférence $U_2<U_0$, avec donc $U_2<U_0<U_1$.



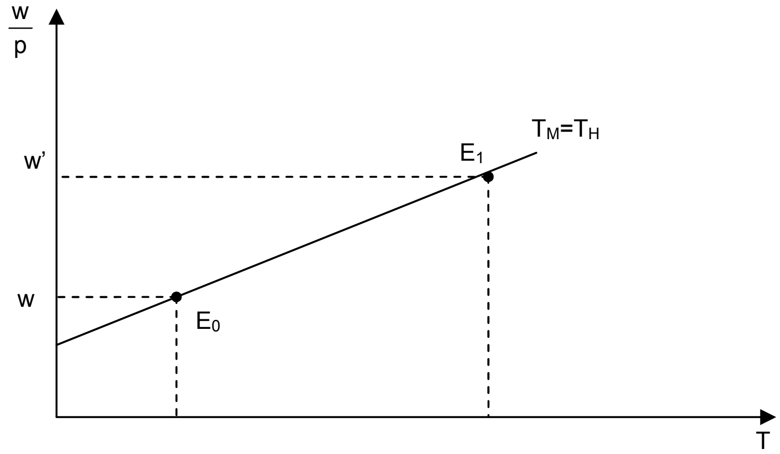
Il y a encore un autre cas intéressant qui est celui où il n'y a pas d'effet revenu, c'est-à-dire où la variation respectivement de I et T se réduit à un effet de substitution.



On a :



Donc, on a :



<u>Exercices</u>

(i) Représentez le cas où l'effet de revenu,- le bien X et le loisir étant des biens normaux,- l'emporte sur l'effet de substitution de sorte à ce que, suite à la hausse du salaire w, la demande de loisir augmente et donc l'offre de travail diminue.

(ii) Commentez l'extrait suivant de Lee S. Friedman repris de *The microeconomics of public policy analysis*, Princeton University Press, 2002 :

"*Consider the response of an individual to a change in the wage rate, say an increase… This is clearly a price change involving both income and substitution effects. The rise in wages is a rise in the price of leisure (relative to all other things) and thus the substitution effect works to decrease leisure (or increases work). Real income increases because of the wage rise; if leisure is a normal good, the income effect acts to increase its consumption (or reduce work). (Leisure is generally considered a normal good because it is a complement to a highly aggregated (and undoubtedly) normal good: consumption. More simply, it often takes more time to consume more (e.g., theatre, restaurants, shopping, vacation trips, reading)). Thus the income and substitution effect work in opposite directions and the net effect cannot be predicted on purely theoretical grounds.*

The labor supply curve of an individual is the locus of points relating the choice of hours worked to each possible wage rate. Empirically, it is often thought to be "backward-bending"… that is, as the wage increases from a low initial rate, the substitution effect outweighs the income effect: The individual finds it more important to earn income for basic necessities than to reduce work effort and live on almost nothing. But as the wage rises past some point, the income effect begins to outweight the substitution effect: The individual may feel that he or she has earned the right to spend more time relaxing and enjoying the fruits of a big paycheck."

(iii) Commentez l'extrait de Bernard Gazier, repris de *Economie du travail et de l'emploi*, Précis Dalloz, 1992 :

« … *L'on ne peut pas déterminer a priori la forme concrète d'une fonction d'offre de travail : tout dépend des préférences des individus, celles-ci étant en quelque sorte condensées dans les tracées des courbes d'indifférences et peuvent se manifester, selon le taux de salaire, de manière opposée.*

La seule certitude est qu'il faut un niveau de salaire minimum pour qu'une offre de travail positive se manifeste, ce niveau a reçu le nom franglais de « salaire de réservation » (« reservation wage »).

S'agit-il d'un échec de la théorie, comme on est souvent tenté de le dire ? Au point où nous sommes parvenus, sûrement pas. Les fondements de l'indétermination sont clairement établis, et les justifications intuitives d'une courbe rebroussée (« backward-bending ») ne manquent pas : on peut considérer qu'à un niveau de salaire bas d'éventuelles augmentations de salaire seront considérées comme très avantageuses par des individus qui, à des niveaux plus élevés de salaire, préfèrent travailler moins. C'est en fait lorsqu'on anticipe la confrontation des offres et des demandes sur le marché que les difficultés apparaissent car la confrontation usuelle réclame, pour être stable, des courbes d'offre croissantes et des courbes de demande décroissantes… Le modèle renvoie donc la question aux mesures empiriques et un fait saillant apparaît alors : un clivage majeur oppose, dans les estimations qui ont été tentées, les offres des hommes-verticales ou légèrement penchées vers l'arrière,- à celles des femmes-clairement penchées vers l'avant. Nous sommes alors renvoyés à un autre univers de référence, plus complexe, celui du ménage et de la production domestique. »

(iv) Supposez qu'une personne A gagne 24 par jour et travaille 6 heures et qu'une personne B gagne 30 par jour et travaille 10 heures par jour.

Peut-on dire quelque chose et si oui, à quelles conditions, sur le bien-être comparé des deux personnes ?

(v) Pensez-vous, ceteris paribus, qu'une diminution du salaire p.ex. à travers un impôt sur le revenu a, in globo, et, ceteris paribus, de réduction de l'offre de travail plus importante dans le chef de quelqu'un ayant un revenu salarial peu élevé parce qu'obtenant un salaire horaire bas ou dans le chef de quelqu'un ayant un revenu salarial parce que gagnant un salaire horaire élevé ?

1.3. Autre modèles

Nous allons tout d'abord élargir en quelque sorte le modèle pour analyser le cas d'une fonction Cobb-Douglas où il existe un revenu exogène non salarial $\overline{M}$. Cela nous permet de formaliser la décision de travailler ou de ne pas travailler (cf. note de bas de page page 206). Ensuite, on analysera un cas qui donne une fonction d'offre de travail isoélastique.

1.3.1.

Soit une fonction d'utilité Cobb-Doublas U=x·l. Mais supposons maintenant qu'il existe un revenu non salarial exogène $\overline{M}$.

Dans ce cas, la contrainte budgétaire s'écrit :

$$\overline{M} + w \cdot T = p \cdot x$$

ou

$$x = \frac{w}{p}H - \frac{w}{p}l + \frac{\overline{M}}{p}$$

En substituant $x = \frac{\overline{M}}{p} + \frac{w}{p} \cdot (H - l)$ dans U=x·l, on obtient :

$$U = \frac{\overline{M}}{p} \cdot l + \frac{w}{p} \cdot H \cdot l - \frac{w}{p} \cdot l^2$$

La dérivée première partielle est nulle si :

$$\frac{dU}{dl} = \frac{\overline{M}}{p} + \frac{w}{p} \cdot H - \frac{2w}{p} \cdot l = 0$$

Il en résulte que :

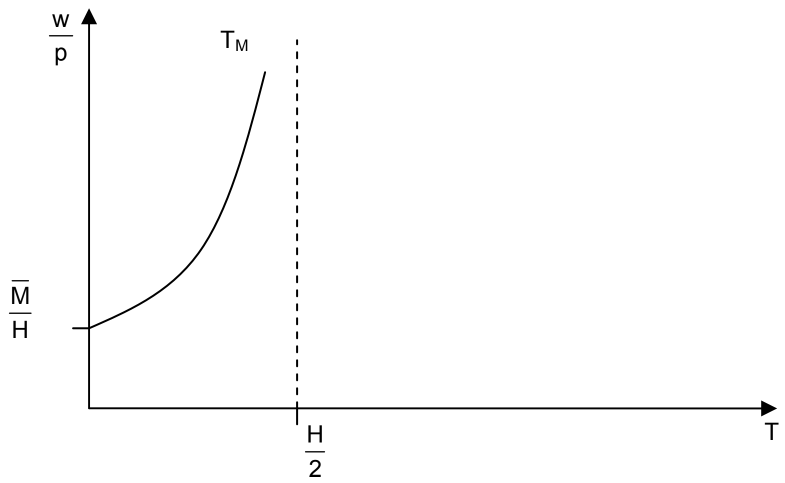
$$l_M = \frac{\overline{M} + w \cdot H}{2w}$$

$$= \frac{H}{2} + \frac{\overline{M}}{2w}$$

Quant au travail, on a :

$$T_M = H - l_M = \frac{H}{2} - \frac{\overline{M}}{2w}$$

Graphiquement :



Quant à la demande de Marshall pour le bien X, on a :

$$x_M = \frac{\overline{M} + w \cdot H}{p} - \frac{w}{p} \cdot \frac{H}{2} - \frac{w}{p} \cdot \frac{\overline{M}}{2w}$$

$$= \frac{\overline{M} + w \cdot H}{p} - \frac{w}{p} \cdot \frac{H}{2} - \frac{\overline{M}}{2p}$$

$$= \frac{\overline{M} + w \cdot H}{p} - \frac{w \cdot H + \overline{M}}{2p}$$

$$= \frac{\overline{M}}{2p} + \frac{w}{p} \cdot \frac{H}{2}$$

$$= \frac{\overline{M} + w \cdot H}{2p}$$

Nous notons que contrairement au cas où $\overline{M} = 0$, on a que la demande de loisir diminue si w augmente et, partant, l'offre de travail augmente si w augmente.

Dans le cas d'une fonction d'utilité Cobb-Douglas avec $\overline{M}=0$, on a eu que l'effet de substitution dû à une hausse de w a été exactement compensé par l'effet de revenu, le premier impliquant une baisse de l, le deuxième une hausse de même ampleur, au signe opposé.

Ici où $\overline{M}>0$, si w augmente, l'effet de substitution l'emporte sur l'effet de revenu, c'est-à-dire l va diminuer et T va augmenter, et, partant, également x.

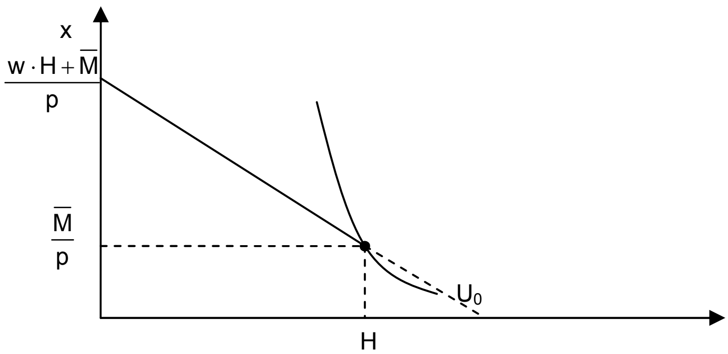
Il importe de noter que dans ce modèle, il est possible que T=0, donc qu'il existe une solution de coin avec $x_M = \frac{\overline{M}}{p}$, T=0 et l=H.

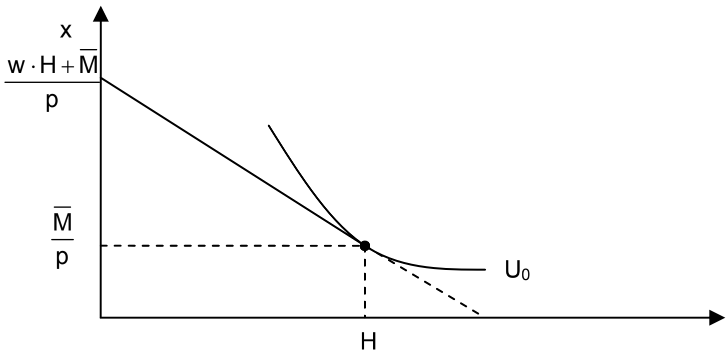
Tel est effectivement le cas si $\overline{M} \geq \frac{w \cdot H}{2}$, c'est-à-dire si $w \leq 2 \cdot \frac{\overline{M}}{H}$. Ceteris paribus, plus $\overline{M}$ est élevé et plus le salaire de marché est bas, plus une solution de coin est possible.

Cela est dû au fait que l'effet revenu est moins important que dans le cas où $\overline{M}=0$, ce qui est dû au fait qu'en présence de $\overline{M}$ >0, il existe une composante de revenu qui ne varie pas avec le salaire w.

Le niveau de salaire $w = 2 \cdot \frac{\overline{M}}{H}$ peut être qualifié de salaire de réservation ou de participation.

Graphiquement, une solution de coin se décline en un des deux cas suivants :





Dans le premier cas, on a une solution de coin sans tangence, dans le deuxième cas elle est avec tangence. Dans chacun des deux cas, le consommateur-travailleur maximise son utilité U_0 en choisissant de renoncer au travail T=0 avec donc l=H et $x = \frac{\overline{M}}{p} > 0$.

Donc, si $w \leq \overline{w}$, alors l'agent renonce à travailler, c'est-à-dire il renoncera à augmenter son revenu exogène M par un revenu du travail, c'est-à-dire il se satisfait d'affecter son revenu exogène $\overline{M}$ à la consommation. Ce revenu exogène peut être p.ex. un revenu de capital, un transfert de l'Etat, etc.[1]

Supposons par exemple que $\overline{M}$ soit un transfert. Cela signifie que si $\overline{M}$ est suffisamment élevé, en l'occurrence si $\overline{M}$>2w·H, alors l'agent choisirait de ne pas travailler du tout.

Nous voyons que la décision extensive de ne pas travailler est incitée, ceteris paribus, si $\overline{M}$ est élevé, si w est bas (on montrera plus tard que c'est le salaire net qui importe) et H est bas (on peut concevoir H comme le temps de travail légal). Ceci montre qu'en tout cas, il ne serait pas de bonne politique de concevoir les règles et le montant du transfert abstraction faite de w, H et d'autres facteurs comme p.ex. la fortune ou d'éventuels autres revenus comme des revenus de capitaux.

La fonction d'utilité indirecte est :

$$V = x_M \cdot l_M$$

$$= \frac{\overline{M} + H \cdot w}{2p} \cdot \frac{\overline{M} + w \cdot H}{2w}$$

$$= \frac{\left(\overline{M} + w \cdot H\right)^2}{4w \cdot p}$$

---

[1] Dans ce modèle élargi à un revenu exogène, on modélise aussi bien la décision de participer au marché du travail (« *extensive margin* ») que celle de la quantité de travail à offrir (« *intensive margin* »). Ces deux décisions, dans ce type de modèle, sont prises simultanément.

Exercices

(i) Nous voyons que l est fonction uniquement de w tandis que x est fonction de w et de p. Expliquez ce constat. [Rappelez-vous que dans le modèle à revenu exogène, la demande pour chaque bien, toujours en présence d'une utilité Cobb-Douglas, ne dépend que de son propre prix.]

(ii) Prenez d'abord le modèle U=x·y avec absence de revenu exogène p·x=w·T et analysez l'impact d'un impôt sur le revenu proportionnel t. Pourquoi ne peut-on pas avoir une solution de coin dans ce modèle ?

Ensuite, prenez le modèle où toujours U=x·y avec cette fois-ci un revenu exogène $\overline{M}$ pour analyser de nouveau l'impact d'un impôt proportionnel. Distinguez selon que $\overline{M}$ est imposable ou non. Analysez de plus près l'impact de l'impôt sur la probabilité de l'atteinte d'une solution de coin.

1.3.2. Utilité additive séparable

Admettons que la fonction d'utilité s'écrive :

$$U = x - \upsilon(T)$$

avec

$$\upsilon(T) = \frac{T^{1+\frac{1}{\varepsilon}}}{1+\frac{1}{\varepsilon}}$$

de sorte que l'on a :

$$U = x - \frac{T^{1+\frac{1}{\varepsilon}}}{1+\frac{1}{\varepsilon}} \qquad \varepsilon > 0$$

Supposons[1] que la contrainte budgétaire soit, où $\overline{M}$ est un revenu exogène non salarial :

$$\overline{M} + w \cdot T = p \cdot x \qquad w>0,\ p>0$$

---

[1] Notons qu'on a $\frac{\partial U}{\partial x} = 1$ et $\frac{\partial U}{\partial T} \equiv \upsilon'(T) = -T^{\frac{1}{\varepsilon}}$. Notons que l'élasticité de $\upsilon'(T)$ par rapport à T est $\frac{\upsilon''(T)\cdot T}{\upsilon'(T)}$, ce qui donne $\frac{1}{\varepsilon}$.

La contrainte de temps est :

$$H \equiv T + l$$

On peut écrire :

$$x = \frac{\overline{M} + w \cdot T}{p}$$

La fonction d'utilité peut s'écrire :

$$U = \frac{\overline{M}}{p} + \frac{w}{p} \cdot T - \frac{T^{1+\frac{1}{\varepsilon}}}{1+\frac{1}{\varepsilon}}$$

Pour que la dérivée première de U par rapport à T soit égale à zéro, il faut que :

$$\frac{dU}{dT} = \frac{w}{p} - T^{\frac{1}{\varepsilon}} = 0$$

On en déduit que[1] :

$$T^{\frac{1}{\varepsilon}} = \frac{w}{p}$$

ce qui donne la fonction d'offre de travail de Marshall T_M :

$$T_M = \left(\frac{w}{p}\right)^{\varepsilon}$$

et la fonction de « *demande* » de loisir :

$$l_M = H - T = H - \left(\frac{w}{p}\right)^{\varepsilon}$$

Notons que T et l ne dépendent pas du revenu exogène $\overline{M}$, mais exclusivement du salaire réel $\frac{w}{p}$.

Quant à la demande de Marshall pour le bien X, on a :

$$x_M = \frac{\overline{M}}{p} + \frac{w}{p} \cdot T_M$$

---

1 $\frac{d^2U}{dT^2} = -\frac{1}{\varepsilon} T^{\frac{1}{\varepsilon}-1} < 0$

$$= \frac{\overline{M}}{p} + \left(\frac{w}{p}\right)^{\varepsilon+1}$$

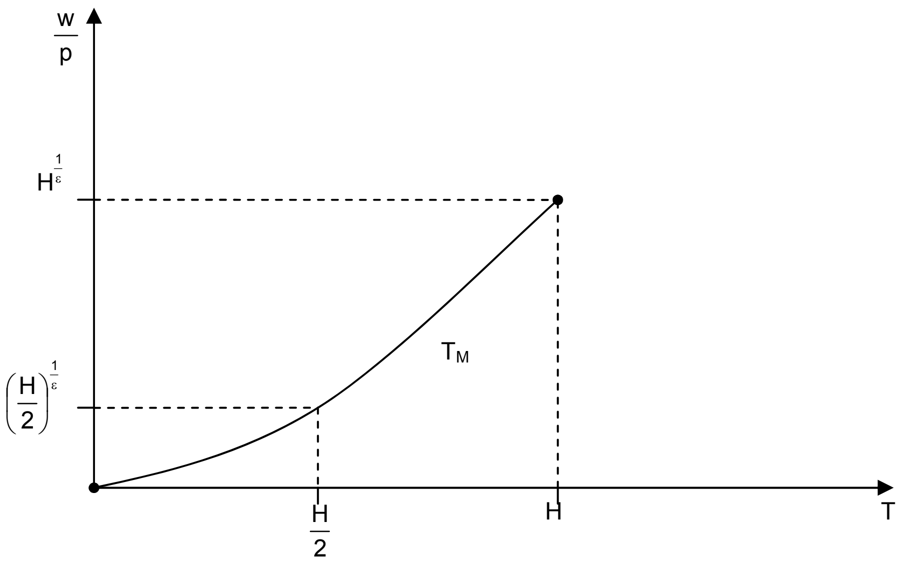
Notons également que l'élasticité du travail par rapport au salaire w, donc de l'offre de travail qui est également l'élasticité compensée de l'offre de travail, est :

$$\frac{dT}{dw} \cdot \frac{w}{T} = \frac{\varepsilon \cdot w^{\varepsilon-1}}{p \cdot \varepsilon} \cdot \frac{w \cdot p \cdot \varepsilon}{w^{\varepsilon}}$$

$$= \varepsilon > 0$$

Donc, l'élasticité est positive, constante et égale au coefficient ε.

Graphiquement, l'offre de travail est :



Si on peut avoir que T=0 et donc l=H (c'est le cas si w=0), tel n'est pas le cas pour la quantité x puisque si T=0, on a $x_M = \frac{\overline{M}}{p} > 0$.

<u>Exercices</u>

(i) Trouvez la fonction d'offre de travail de Hicks. Comparez-la à l'offre de travail de marché. Que constatez-vous ? Expliquez le résultat.

(ii) Soit la fonction d'offre de travail suivante :

$$T = T_0 \cdot [w(1-t]^{\varepsilon} \quad \varepsilon > 0$$

(a) Représentez-la graphiquement.

(b) Donnez une interprétation du coefficient ε.

(c) Trouvez la fonction de recette fiscale $\tilde{T} = t \cdot w \cdot T = t \cdot w \cdot T_0 [w(1-t]^{\varepsilon}$.

(d) Montrez que $\tilde{T}$ a un maximum si $t^* = \frac{1}{1+\varepsilon}$.

(e) Représentez graphiquement $\tilde{T}$.

(iii) Analysez le cas où $U = \sqrt{x} + \sqrt{l}$.

(iv) Analysez le cas de la fonction d'utilité Stone-Geary $U = \alpha \cdot \ln(x - x_0) + (1-\alpha) \cdot \ln(H - T)$.

2. *Analyse de différents types d'impôts*

2.1. Taxe unitaires

2.1. Introduction d'une taxe unitaire t_x

Nous allons, par la suite, pour alléger les écritures, continuer avec l'exemple numérique où le consommateur a une fonction d'utilité[1] U=x·y et où on a w=120 et p_x=10.

Une taxe unitaire t_x=5 est introduite.

La contrainte budgétaire devient :

$$120 \cdot H = (10 + 5)x + 120 \cdot l$$

ou

$$x = 8H - 8l$$

[1] On suppose ici et ailleurs que l'introduction d'une taxe n'affecte pas directement les préférences du consommateur et que la taxe n'entre pas directement (et négativement) dans la fonction d'utilité. Il serait concevable qu'un contribuable déteste devoir une taxe à l'Etat et qu'il aurait de ce fait d'autant plus de satisfaction qu'il pourrait minimiser sa charge fiscale. Un tel contribuable, contrairement à l'hypothèse standard faite et que nous faisons également, ne serait pas p.ex. indifférent entre d'un côté payer pour acquérir un bien, 100 au vendeur et, d'un autre côté, payer pour acquérir ce même bien 80 au vendeur et 20 à l'Etat. Un tel contribuable préférerait le premier scénario, voire serait prêt à payer en tout plus pour ce même bien, p.ex. 110 au vendeur s'il pouvait éviter de verser 20 à l'Etat. Dans le cadre de l'hypothèse standard, il n'est donc pas juste d'affirmer que l'agent cherche à éviter l'impôt. On peut toujours éviter totalement un impôt, qui n'est pas forfaitaire, en renonçant à toute action qui constitue un fait générateur de cet impôt. Notons que la fraude fiscale constitue une problématique à part.

Construisons la fonction de Lagrange pour dégager le choix optimal.

$$L = x \cdot y + \lambda \cdot [8 \cdot H - x - 8 \cdot l]$$

On a:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x} = l - \lambda = 0 \\[2ex] \dfrac{\partial L}{\partial l} = x - \lambda 8 = 0 \\[2ex] \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = 8H - x - 8l = 0 \end{cases}$$

En résolvant ce système à trois équations, on trouve le choix optimal (x_1, l_1) :

$$x_1 = 4H$$

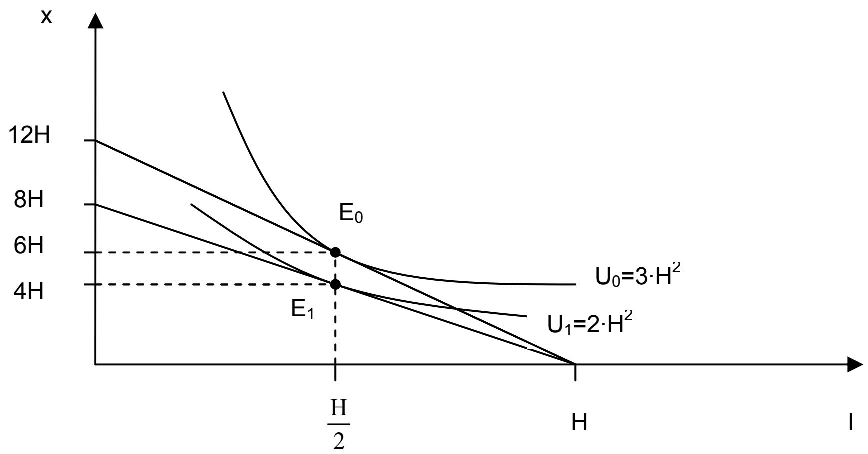
$$l_1 = \frac{H}{2}$$

$$T_1 = \frac{H}{2}$$

Le niveau d'utilité généré est $U_1 = x_1 \cdot l_1 = 2 \cdot H^2 < U_0 = 3 \cdot H^2$.

Rappelons que si l'existence même de la différence entre U_0 et U_1 a une signification économique, tel n'est pas le cas pour l'ampleur de cette différence[1], de par le caractère ordinal de l'utilité.

Graphiquement, cela donne :



[1] sauf exception et à condition que cette différence soit multipliée par λ .

Nous constatons que la contrainte budgétaire subit une rotation autour du point (H,0) vers l'intérieur qui s'explique par le fait que le prix relatif du bien X par rapport au bien « *loisir* » a, suite à l'introduction de la taxe, augmenté.

Autrement dit, si p.ex. la totalité du temps H est utilisée pour travailler (l=0), le consommateur avec un salaire w peut acheter moins d'unités du bien X que précédemment.

La taxe totale payée (que nous indiquons par $\tilde{T}$) par le consommateur est :

$$\tilde{T} = t_x \cdot x_1$$

$$= 5 \cdot 4 \cdot H$$

$$= 20H$$

La taxe en termes d'unités du bien X est $\frac{T_x}{p_x} = \frac{20H}{10}$ =2H, égale à la distance E_0E_1.

2.1.2. Introduction d'un impôt forfaitaire et comparaison avec la taxe unitaire

Montrons maintenant qu'une taxe forfaitaire $\overline{T}$ égale au montant à la taxe totale $\tilde{T}$ =20·H que comporterait la taxe unitaire t_x=5 permettrait au consommateur d'atteindre un niveau d'utilité supérieur à celui atteint avec cette même taxe unitaire.

Pour voir comment une taxe forfaitaire $\overline{T}$ impacte la contrainte budgétaire, reprenons l'expression la plus simple de cette dernière :

$$p_x \cdot x = w \cdot T$$

Introduisons alors la taxe forfaitaire $\overline{T}$ en notant que le consommateur doit la financer à partir de son revenu de travail qui, par hypothèse dans ce modèle, est le seul revenu dont il dispose et qu'il ne peut y échapper, peu importe son niveau de travail choisi :

$$p_x \cdot x + \overline{T} = w \cdot T$$

$$p_x \cdot x + \overline{T} = w \cdot (H - l)$$

$$w \cdot H = p_x \cdot x + w \cdot l + \overline{T}$$

Passons à notre exemple numérique et analysons précisément l'impact d'une taxe forfaitaire $\tilde{T}=20\cdot H$.

$$120 \cdot H = 10 \cdot x + 120 \cdot l + 20 \cdot H$$

$$100 \cdot H = 10 \cdot x + 120 \cdot l$$

Pour trouver le choix (x_2,y_2) optimal, construisons le Lagrangien :

$$L = x \cdot l + \lambda \cdot [100 \cdot H - 10 \cdot x - 120 \cdot l]$$

Calculons les dérivées partielles premières et égalisons-les à zéro :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x} = l - \lambda 10 = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial l} = x - \lambda 120 = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = 100H - 10x - 120l = 0 \end{cases}$$

Il résulte que :

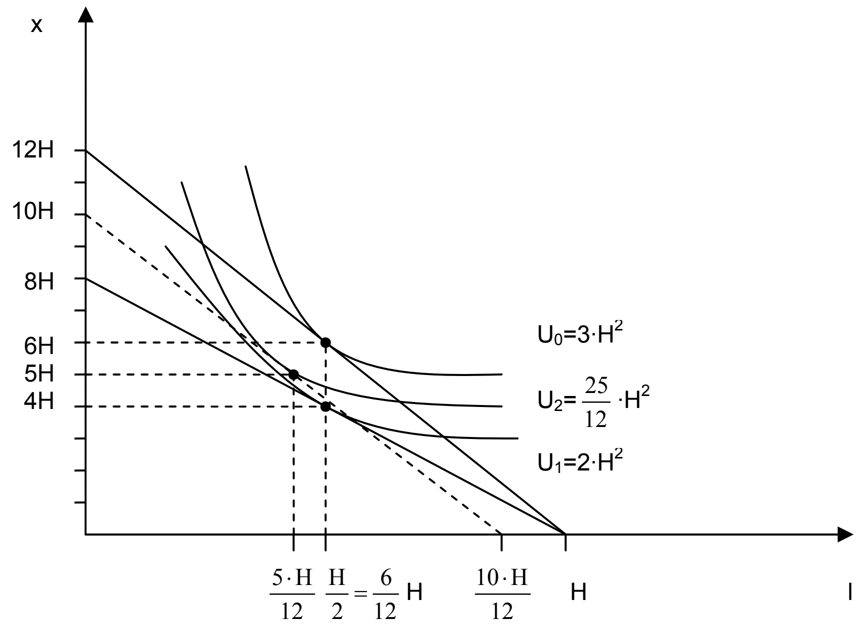
$$x_2 = 5H > x_1 = 4H$$

$$l_2 = \frac{5}{12}H < l_1 = \frac{H}{2}$$

$$T_2 = \frac{7}{12}H > T_1 = \frac{H}{2}$$

On a $U_2 = x_2 \cdot l_2 = \dfrac{25}{12}H^2 > U_1=2H^2$.

Graphiquement, on a (la nouvelle contrainte est en pointillé) :



Nous constatons qu'avec une taxe forfaitaire $\overline{T}$ =20H (en termes réels, $\frac{20H}{10} = 2H$), où il n'y a donc pas d'effet prix relatif, mais uniquement un déplacement parallèle de la contrainte, donc un effet revenu [1], le consommateur peut et va choisir un panier qui le placera à un niveau d'utilité supérieur ($U_2 = \frac{25}{12} H^2$) au niveau atteint ($U_1=2H^2$) avec la taxe unitaire $t_x=5$, tout en payant le même montant fiscal de 20·H.

Nous constatons donc que $x_2 > x_1$ et $l_2 < l_1$ ($T_2 > T_1$). Avec la taxe forfaitaire, le consommateur va travailler plus pour ainsi consommer plus du bien X et avoir moins du bien loisir.

Cela s'explique par le fait qu'avec la taxe forfaitaire, il n'y a pas, sous forme d'une diminution du salaire réel, d'effet de prix relatif (et donc de substitution) et qui ferait que le consommateur substitue du loisir au bien X.

Plus précisément, en dénotant par $\left|\Delta^s l\right|$ cet effet de substitution en présence de la taxe unitaire, on a $\left|\Delta^s l\right| = \left|l_2 - l_1\right| = \left|\frac{5}{12}H - \frac{6}{12}H\right| = \frac{1}{12}H$.

[1] et plus précisément uniquement l'effet revenu sur la dotation, l'effet de revenu de la variation du salaire étant nul.

<u>Exercice</u>

Changez d'optique et analysez de combien on pourrait augmenter l'impôt forfaitaire au-delà de $\tilde{T}$ =20H tout en assurant que le consommateur puisse encore atteindre le niveau d'utilité U_1 qui est l'utilité maximale atteignable avec la taxe unitaire t_x=5 qui rapporte à l'Etat 20H ?

En dégagez une expression pour le deadweight loss.

2.1.3. Introduction de taxes unitaires sur le bien X et sur le loisir

Nous allons maintenant montrer d'abord que si l'on introduit ensemble avec la taxe unitaire t_x une taxe unitaire sur le loisir t_l, on n'a pas d'effet prix relatif à condition que l'on respecte une relation précise entre t_l et t_x pour montrer ensuite que dans le cadre du respect de cette relation, l'on peut fixer t_x et t_l à des niveaux absolus respectifs tels qu'elles arrivent à générer un niveau de recette que l'on se donne a priori.

Autrement dit, nous allons montrer qu'avec une combinaison appropriée de taxes unitaires (t_x,t_l), on peut avoir exactement le même résultat qu'avec la taxe forfaitaire.

Partons de nouveau de la contrainte budgétaire sans taxes.

$$p_x \cdot x = w \cdot T$$

Introduisons les taxes unitaires t_x et t_l. Notons que taxer le loisir nous donne $t_l \cdot (H-T) = t_l \cdot l$ et rappelons que par définition H=T+l.

$$(p_x + t_x) \cdot x + t_l \cdot (H - T) = w \cdot T$$

$$(p_x + t_x) \cdot x + t_l \cdot l = w \cdot (H - l)$$

$$w \cdot H = (p_x + t_x) \cdot x + (w + t_l) \cdot l$$

ou encore:

$$x = \frac{w \cdot H}{(p_x + t_x)} - \frac{(w + t_l)}{p_x + t_x} \cdot l$$

On a $\left|\frac{dx}{dl}\right| = \frac{w + t_l}{p_x + t_x}$

Recourons à notre exemple numérique. On a :

$$120 \cdot H = (10 + t_x) \cdot x + (120 + t_l) \cdot l$$

ou

$$x = \frac{120 \cdot H}{10 + t_x} - \frac{120 + t_l}{10 + t_x} \cdot l$$

Pour qu'il n'y ait pas d'effet prix relatif, il faut que :

$$\frac{120 + t_l}{10 + t_x} = \frac{120}{10}$$

$$\Rightarrow \qquad 10 \cdot t_l = 120 \cdot t_x$$

$$\Rightarrow \qquad t_l = 12 \cdot t_x \qquad (1)$$

Maintenant, pour réaliser avec ces taxes unitaires une recette totale égale à 20·H, il faut encore fixer les niveaux respectifs de t_x et de t_y.

A cette fin, notons que cette nouvelle contrainte budgétaire doit passer par (x_1, l_1).

Donc, on a :

$$120 \cdot H = (10 + t_x) \cdot x_1 + (120 + t_l) \cdot l_1$$

$$= (10 + t_x) \cdot 4H + (120 + 12t_x) \cdot \frac{H}{2}$$

$$= 40H + 4 \cdot t_x H + 60H + 6t_x \cdot H$$

Il s'ensuit que :

$$20H = 10t_x \cdot H$$

et donc

$$t_x = 2$$

et

$$t_l = 12 \cdot 2$$

$$= 24$$

On peut vérifier que si t_x=2 et t_l=24, le consommateur choisira le panier x_2=5H et $l_2 = \frac{5}{6}H$.

2.2. Mise en place d'un impôt sur le revenu

Analysons maintenant l'impact de l'introduction d'un impôt proportionnel sur le revenu qui se réduit ici à un impôt sur le travail ainsi que l'impact de l'introduction d'un impôt progressif sur le revenu, pour ensuite comparer les impacts respectifs de ces deux architectures d'impôt sur le revenu.

2.2.1. Un impôt proportionnel

Supposons qu'il soit mis en place un impôt proportionnel au taux de t ($0<t<1$) sur le revenu du travail $w \cdot T$.

L'impôt proportionnel sur le revenu a pour impact que le salaire brut w payé par l'employeur n'est pas le salaire net qui reste disponible au salarié pour être affecté aux dépenses de consommation.

La contrainte budgétaire s'écrit :

$$w \cdot T = p_x \cdot x + t \cdot w \cdot T$$

$$(1 - t) \cdot w \cdot T = p_x \cdot x$$

Tout se passe comme si, mutatis mutandis, il y avait une baisse tout court du salaire.

On peut utiliser les fonctions de demande trouvées précédemment et y remplacer w par le salaire net, c'est-à-dire le salaire après impôt $(1-t)\cdot w$.

Ainsi obtient-on les demandes de Marshall :

$$l_M = \frac{H}{2}$$

$$T_M = \frac{H}{2}$$

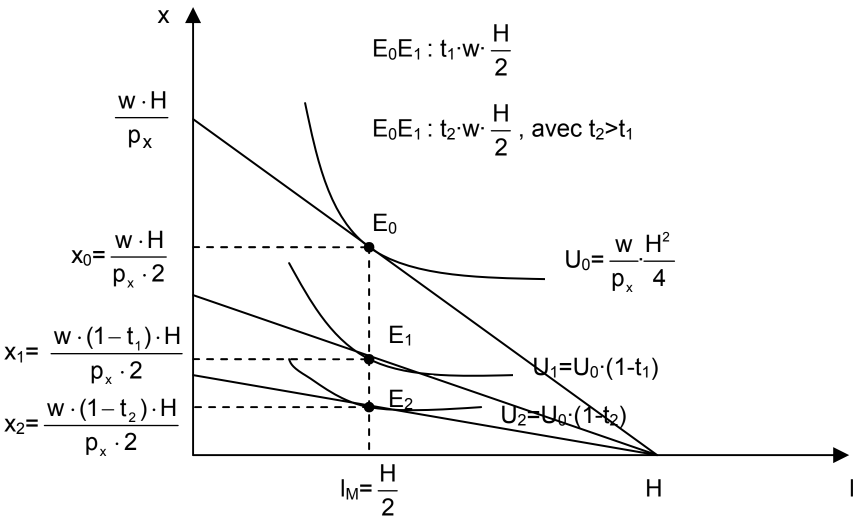
$$x_M = \frac{(1-t)\cdot w}{p_x} \cdot \frac{H}{2}$$

L'impôt proportionnel t ne fait que réduire l'utilité sans toutefois modifier la demande de loisir et donc sans modifier l'offre de travail.

Plus précisément, l'agent continue à affecter la moitié de son temps H au loisir tandis que l'autre moitié $\frac{H}{2}$ qu'il affecte au travail, comme avant, lui procure certes le même revenu salarial brut, mais de par l'impôt qui est prélevé ne lui permet plus de se procurer la même quantité du bien X avant, mais uniquement une quantité d'autant moins élevée que l'impôt est grand.

Nous savons de l'analyse précédente que le fait que T ne change pas ne signifie pas qu'il n'existe pas d'effet de substitution, mais que l'effet de substitution – qui, en l'occurrence, se traduit par une augmentation de la demande de loisir – est exactement compensé par l'effet de revenu global, qui, en l'occurrence, se traduit par une diminution de la demande de loisir.

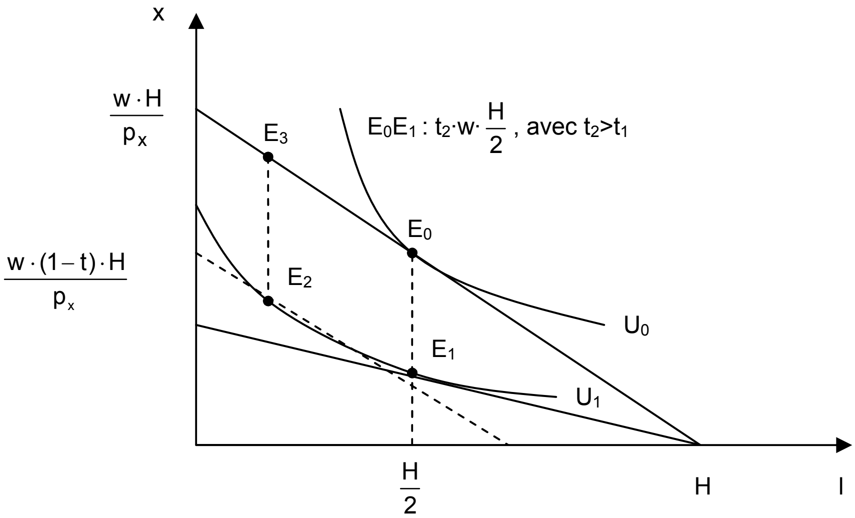
Graphiquement, cela donne pour un taux d'imposition proportionnel t_1 et pour un taux d'imposition proportionnel $t_2>t_1$:



L'impôt ne change pas la quantité offerte. En ce sens, cet impôt est lump sum. Toutefois, lump sum au sens prédéfini ne signifie pas qu'il n'y ait pas de deadweight loss. Pour que tel soit le cas, il faut qu'il n'y ait aucun effet de substitution, c'est-à-dire que le temps de travail soit absolument fixe, c'est-à-dire a priori n'est pas variable d'après les choix de l'agent.

On constate que la courbe de consommation prix (taxe) est verticale et que le rapport $\frac{x}{l}$ diminue si t augmente.

Précisons le graphique précédent :



On a un effet de substitution $E_1E'_1$ et un effet de revenu E'_1E_0.

L'impôt payé est E_0E_1. Le montant maximal que le contribuable serait prêt à 'payer' pour atteindre U_1 en l'absence d'impôt est $E_3E_2 > E_0E_1$. La différence E_3E_2-E_0E_1 est le deadweight loss (E_1K).

Les courbes de Hicks, on les obtient comme suit.

Soit le Lagrangien :

$$L = p_x \cdot x + w \cdot l + \lambda \cdot [\overline{U} - x \cdot l]$$

Calculons les trois dérivées premières partielles et égalisons-les à zéro :

$$\frac{\partial L}{\partial x} = p_x - \lambda \cdot l = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial l} = w - \lambda \cdot x = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \overline{U} - x \cdot l = 0$$

D'où $\lambda = \frac{p_x}{l} = \frac{w}{x}$

et donc

$$U = x \cdot l$$

$$= \frac{w}{p_x} \cdot l^2$$

soit

$$l_H = \sqrt{\frac{p_x \cdot U}{w}}$$

et

$$T_H = H - l_H = H - \sqrt{\frac{p_x \cdot U}{w}}$$

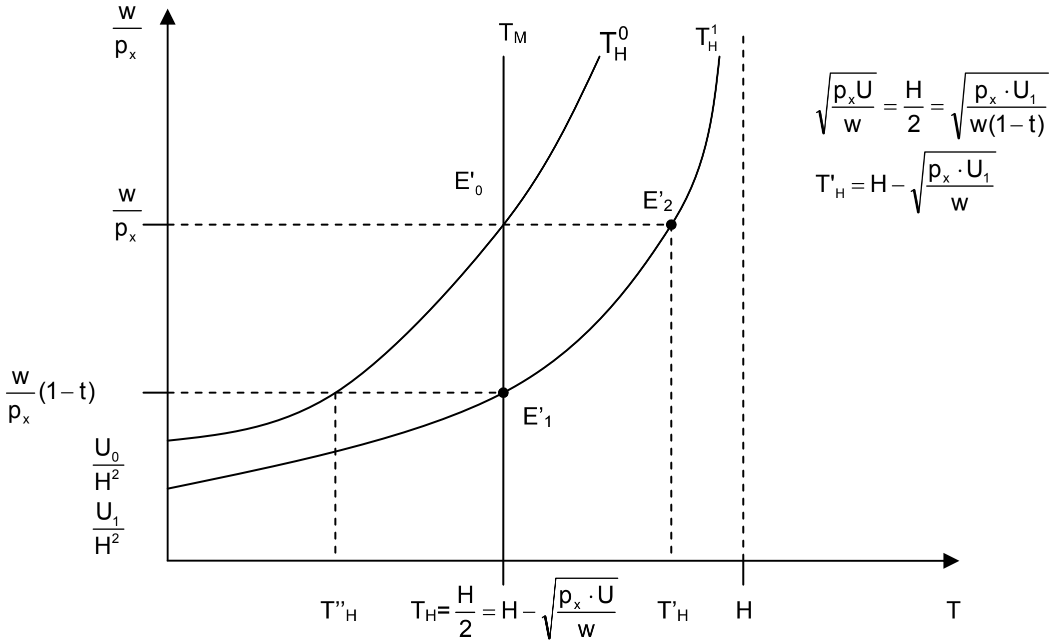
et

$$x_H = \frac{w}{p_x} \cdot \sqrt{\frac{p_x \cdot U}{w}}$$

$$= \sqrt{\frac{w \cdot U}{p_x}}$$

Si un impôt proportionnel t est introduit, le salaire net passe de w à w·(1-t) et la quantité demandée d'après la courbe d'offre compensée ou de Hicks est $T''_H = H - \sqrt{\frac{p_x \cdot U_0}{w \cdot (1-t)}}$.

On a :



Le graphique ci-dessus nous permet d'analyser l'incidence de l'impôt proportionnel t sur le revenu.

Avant l'impôt, l'agent preste au salaire w le travail $\frac{H}{2}$.

Si l'impôt est introduit, la quantité offerte de travail ne change pas, l'offre de travail étant parfaitement verticale, c'est-à-dire parfaitement inélastique.

Tel est le cas parce que l'effet de substitution et l'effet de revenu, de signes opposés, se compensent cependant exactement.

Le montant de l'impôt qui est égal au rectangle [1] $wE'_0E'_1w(1 \cdot t)$ est entièrement supporté par le salarié-offreur du travail.

Toutefois, l'incidence de l'impôt ne se réduit pas au transfert de l'impôt à l'Etat.

L'impôt proportionnel t sur le revenu est à l'origine d'un effet de substitution qui définit la courbe de demande de Hicks ou compensée. Cet effet est égal à T'_H-T_H.

La diminution de l'utilité, exprimée monétairement, du salaire-offreur est la surface $wE'_2E'_1w(1\text{-}t)$.

Face à cette diminution, il y a la recette fiscale $wE'_0E'_1w(1\text{-}t)$. Cette dernière est toutefois inférieure à la perte (en valeur absolue) de l'utilité du consommateur.

Cette différence entre la valeur absolue de la diminution de l'utilité du salaire-contribuable et l'impôt à payer, égale à la surface $E'_0E'_2E'_1$, est précisément le deadweight loss de l'impôt.

C'est la partie de la perte de l'utilité du contribuable salarié qui n'a pas de contrepartie en termes d'un transfert, la recette fiscale, d'un acteur, le salarié, à un autre acteur, l'Etat.

Donc :

Si l'offre de travail de marché est verticale, il n'y a pas de variation de la quantité de travail offerte si un impôt sur le revenu introduit (ou varie), mais il y a néanmoins un deadweight loss. Pour qu'il n'y ait pas de deadweight loss, il faudrait que l'effet de substitution soit nul, c'est-à-dire les préférences soient du type Léontief. Il y aurait alors seulement un effet de revenu qui à lui seul, tout en modifiant l'offre de travail, ne génère pas de deadweight loss parce qu'ayant le caractère exclusif d'un transfert.

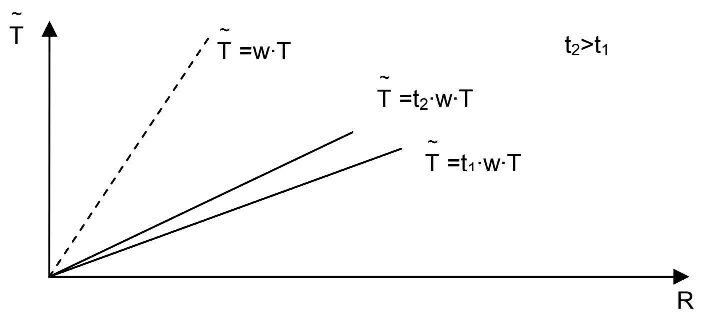
Donc :

Si l'offre est fixe, il n'y a pas de variation du travail, $\Delta T = 0$, mais il y a néanmoins un deadweight loss.

---

[1] pour ne pas surcharger l'écriture, on ignore p_x

La recette totale, pour les impôts proportionnels t_1 et t_2, évolue comme suit :



Exercices

(i) La fonction d'utilité est U=x·l.

Montrez que l'on peut l'écrire également comme $U = x \cdot \left(H - \frac{Z}{w}\right)$ où Z=w·T.

(ii) Considérons un ménage dont les préférences sur les couples consommation C – temps de loisir T sont représentées par la fonction d'utilité suivante :

$$U = C + T^{\frac{1}{2}} \qquad C > 0,\ T > 0$$

Le temps total à répartir entre le temps de loisir T et le travail L est supposé égal à 4. Le seul revenu dont dispose le ménage est constitué par les salaires payés au taux brut w, avec $w>\frac{1}{4}$ et taxés au taux θ, avec $0<\theta<1$. Le ménage perçoit donc un revenu après impôts égal à $(1-\theta)\cdot w\cdot L$. Le prix du bien de consommation est égal à l'unité.

(a) Déterminez l'offre de travail du ménage. Commentez la relation existant entre cette offre et les paramètres w et θ.

(b) On suppose w=1. Quel est le montant total de l'impôt payé ? Représentez graphiquement la relation entre ce montant d'impôt et le taux de prélèvement θ.

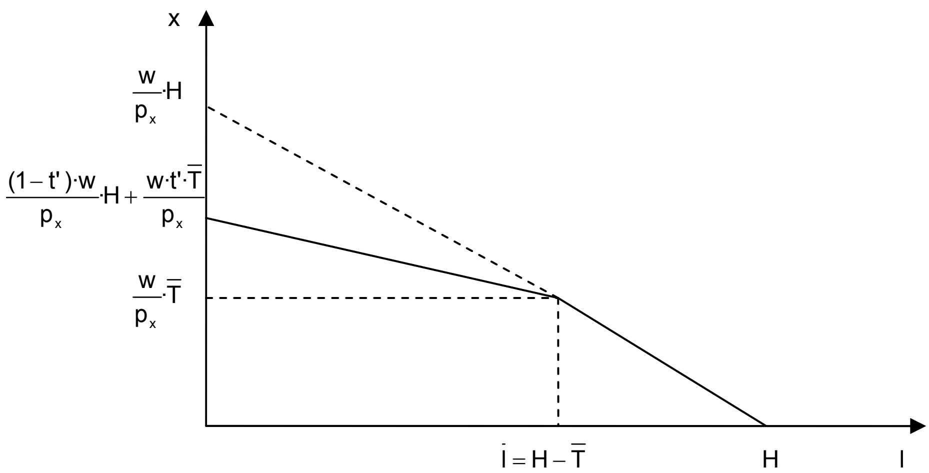
(Cet exercice est repris de *Eléments de microéconomie*, 2. Exercices Jullien, Picard, Montchrestien)

2.2.2. Un impôt progressif

Supposons que l'impôt sur le revenu soit (indirectement) progressif et donc se caractérise par un revenu minimum exonéré $\overline{R}$ et un taux d'imposition marginal positif t'.

Nous avons vu qu'un revenu minimum exonéré $\overline{R}$ se traduit, pour un salaire w donné, par un seuil de travail $\overline{T}$ tel que $\overline{T} = \frac{\overline{R}}{w}$ de la sorte à ce que si $T \leq \overline{T}$, l'impôt sur le revenu du travail y correspondant est 0.

Graphiquement, on a la contrainte budgétaire :



Pour dégager, en présence de la fonction d'utilité U=x·l, le choix optimal, il faut distinguer 3 cas selon le niveau de revenu salarial à partir duquel commence à jouer le taux marginal t :

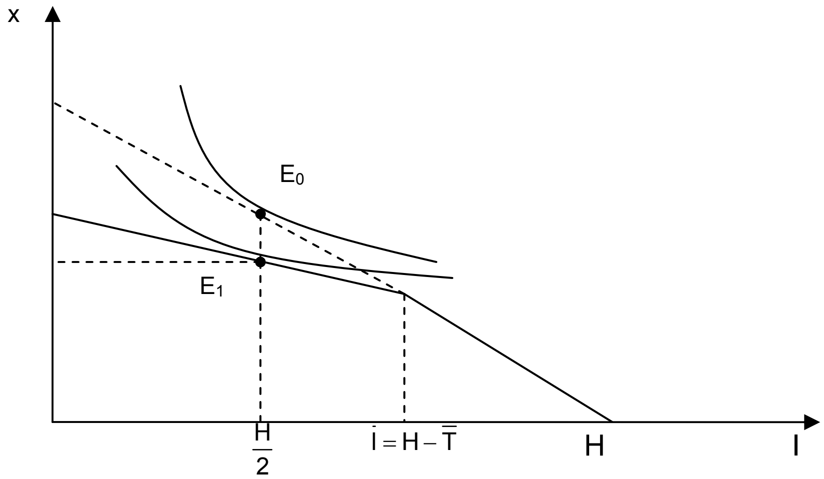
(a) $\bar{l} = H - \overline{T} > \frac{H}{2}$, c'est-à-dire $\overline{T} < \frac{H}{2}$

(b) $\bar{l} = \frac{H}{2}$, c'est-à-dire $\overline{T} = \frac{H}{2}$

(c) $\bar{l} < \frac{H}{2}$, c'est-à-dire $\overline{T} > \frac{H}{2}$

Analysons successivement les trois cas.

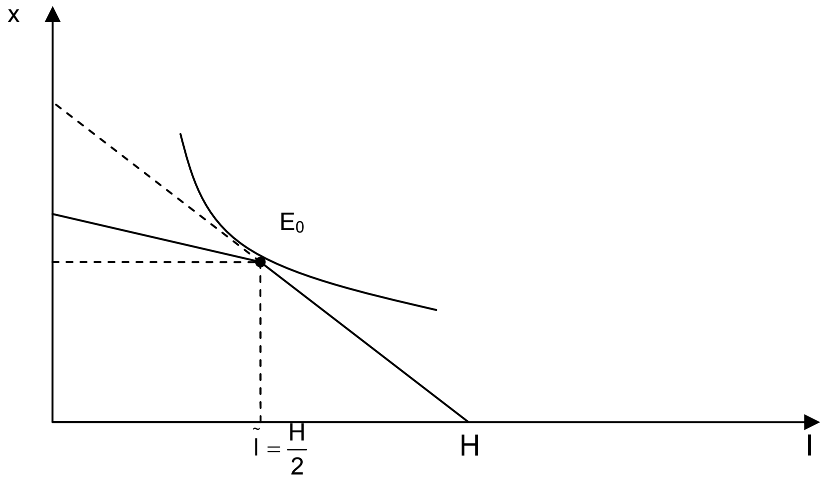
Dans le cas (a), on a que $\overline{T} < \frac{H}{2}$, et donc :



L'introduction d'un impôt progressif va faire que le point choisi sans impôt, E_0, ne sera plus réalisable.

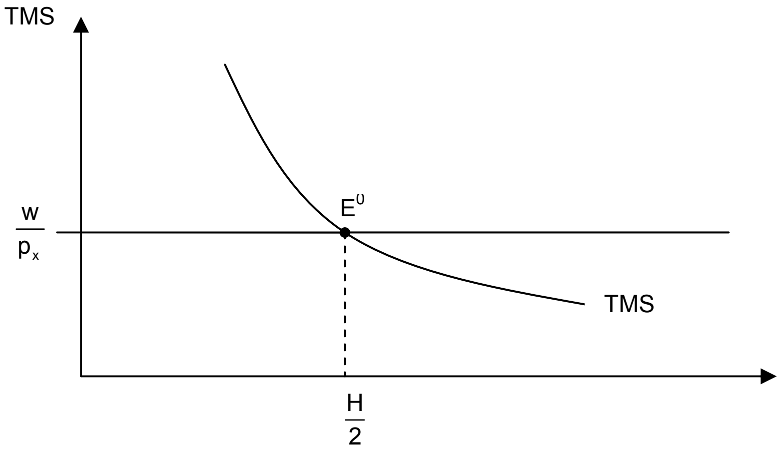
Le contribuable consommateur va alors choisir le point E_1 qui se caractérise, de par la fonction d'utilité Cobb-Douglas, par le fait que le niveau de loisir ne change pas et que la quantité consommée du bien X va diminuer.

Dans le cas (b), on a que $\overline{T} = \frac{H}{2}$, ce qui graphiquement donne :

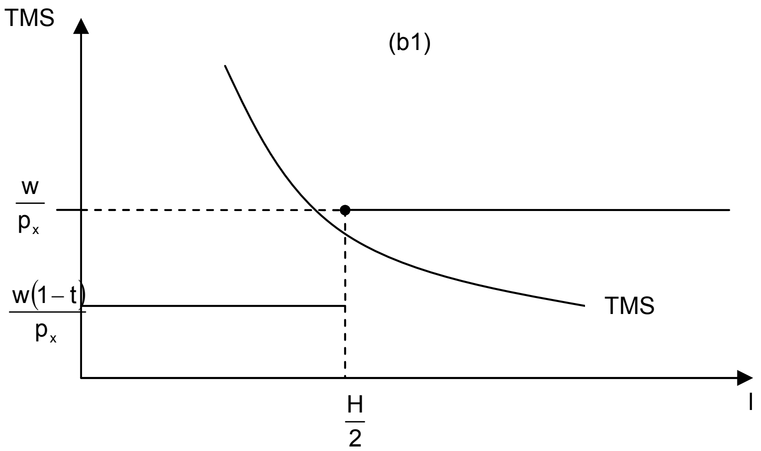


Dans la mesure où le choix sans impôt progressif est le point E_0 qui a la caractéristique qu'il correspond au seuil $\overline{T}$ associé au revenu minimum exonéré, ou, autrement, que ce point est tel que le revenu du travail y associé est égal au revenu minimum exonéré, l'impôt progressif tel que défini ici reste sans impact sur le choix de l'agent. Notons pour être précis que ce scénario (b) se décline en trois sous-scénarios, selon qu'au point E_0 il y a tout juste tangence entre un des deux segments de contrainte budgétaire (respectivement b2a ou b2b) ou qu'il n'y a aucune tangence (b1).

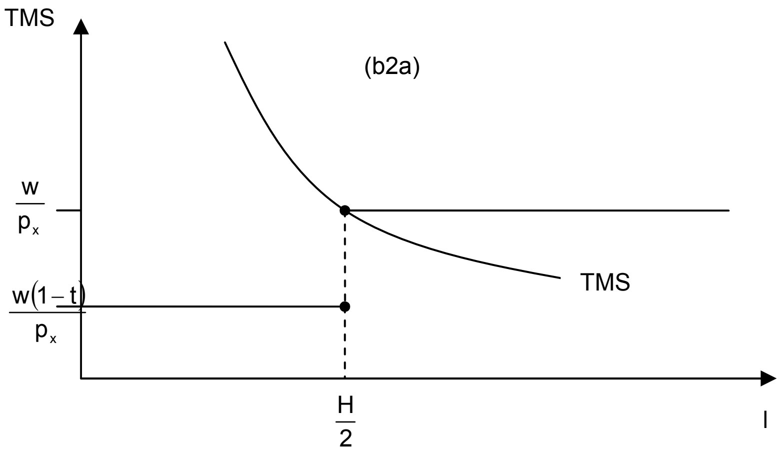
Dans le cas (a), on a :



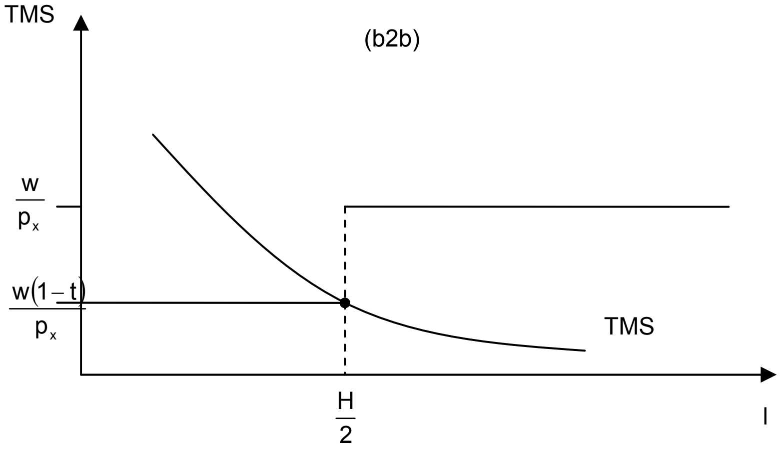
Dans le cas (b), on a :



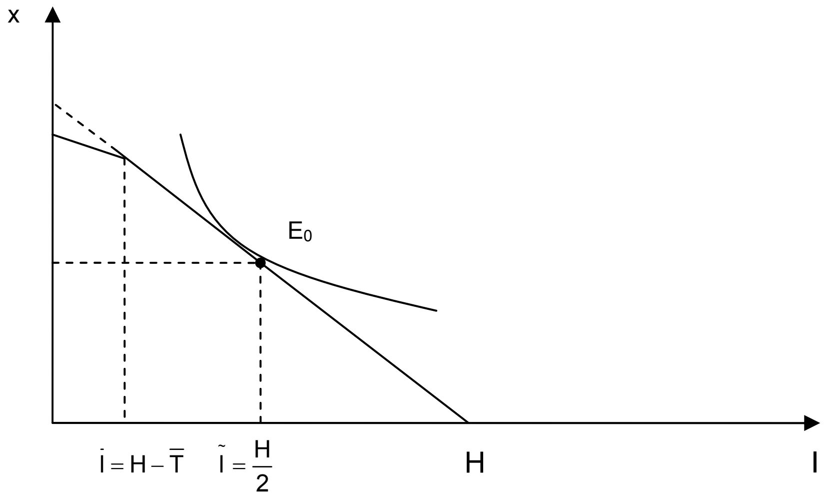
ou



ou



Pour le cas (c), où $\overline{T} > \frac{H}{2}$, on a, a fortiori, que l'impôt progressif reste sans impact sur le choix du consommateur :



Exercices

(i) Analysez le cas (b) à la lumière des remarques de Hindriks et Myles en relation avec un coin tourné vers l'extérieur[1] :

"*The economic importance of this threshold is that it puts a kink into the budget constraint… It can be expected that a number of consumers will cluster or bunch at the kink point. The observation that consumer will bunch at a kink point is a common feature and reflects the fact that an extra unit of labor will receive net pay (1-t)·w, whereas the previous received w.*

[1] cf. également section 1.2 au titre I

A consumer at a kink may well be left unaffected by a marginal tax change. Their choice will only be affected if the change is sufficient to allow the attainment of a utility higher than at the kink."

(ii) Tracez la contrainte budgétaire pour le tarif progressif ci-après :

tranche de revenu	taux de tranche (taux marginal)
$0 - \overline{R}$	0%
$\overline{R} - 2 \cdot \overline{R}$	t_1%
$2 \cdot \overline{R}$ -	t_2%

(iii) Commentez l'affirmation ci-après reprise de J. Stiglitz, *Public Economics*, 3rd edition, Norton, 2000 :

"…*we learned that the deadweight loss increases with the marginal tax rate : the magnitude of the deadweight loss is related to the substitution effect and the magnitude of the substitution effect is related to the marginal tax rate. More progressive taxes have higher marginal tax rates, and thus greater deadweight loss.*

Moreover, the more progressive the tax, the greater the likelihood of a smaller labor supply and national output necessitating on that account a still higher tax rate. All low-income individuals are better off, so both substitution and income effects lead to smaller labor supply. For higher income individuals, income and substitution effects are offsetting. Unless they have very backward-bending supply schedules, labor supply will be reduced." (p. 554)

(iv) a) Soit un impôt progressif avec $\overline{T} = \frac{\overline{R}}{w}$ et avec un taux t>0.

Supposons que si $T \leq \overline{T}$, alors le contribuable obtient un transfert de l'Etat S tel que :

$$S = w \cdot t \cdot (\overline{T} - T)$$

Analysez ce scénario.

b) Maintenant, supposez qu'il n'existe pas un revenu minimum exonéré, mais un crédit d'impôt C, c'est-à-dire un montant C qui est déduit de la charge fiscale due.

Supposez que ce crédit d'impôt n'est pas remboursable, c'est-à-dire si la charge fiscale $\tilde{T}$ est inférieure au crédit d'impôt C, alors ce dernier ne joue qu'à hauteur de la charge fiscale.

Ecrivez la contrainte budgétaire. Montrez que le crédit d'impôt C et le revenu minimum exonéré ont exactement les mêmes effets si $w \cdot \overline{T} = \frac{C}{t}$.

c) Maintenant, supposez que le crédit d'impôt soit remboursable. Que se passe-t-il ?

(v) Commentez le constat de A.B. Atkinson, repris de *Public Economics in Action*, Claredon Press, 1995 :

"*In the case of the hours to work decision, there are the traditional income and substitution effects. The income effect stems from the fact that the tax makes people worse off, and if leisure is a normal good, this reduction in their real income causes them to consume less, so that to this extent the income tax acts as an incentive. The substitution effect stems from the fact that at the margin people are keeping less of every £ 1 earned, and this acts as a discentive, causing them to move round the indifference curve in the direction of more leisure (the substitution effect being that which would arise of compensating adjustments were made for the income effect of the wage change, so that they stayed on the same indifference curve). The combined result is that taxation may cause people to work more hours, or fewer; it may cause them to refuse overtime or to seek it out… The ambiguity with the effect of taxation amounts to the same as saying that the labor supply curve may slope upwards or backwards*."

(vi) Soit une économie composée de n personnes ayant chacune comme fonction d'offre du travail $T=\frac{H}{2}$. Dégagez la fonction d'offre de marché et dégagez le salaire de marché w en supposant que la demande de marché du travail est $T_D=a-b \cdot w$ avec a>0, b>0. Que se passe-t-il si on introduit un impôt proportionnel t sur le revenu du travail ?

2.2.3. Amorce de comparaison entre l'impôt proportionnel et un impôt progressif

2.2.3.1. Une premiere tentative de comparaison

Prenons comme point de départ le choix optimal du consommateur en présence d'un impôt proportionnel t.

Nous venons de voir dans la section 5.1 que le choix optimal en présence d'un impôt proportionnel est (l,x)=$\left(\frac{H}{2}, w \cdot (1-t) \cdot \frac{H}{2}\right)$ et que la recette fiscale pour l'impôt proportionnel est $t \cdot w \cdot \frac{H}{2}$. C'est le point A du graphique ci-après.

Mettons maintenant en place un impôt progressif qui se caractérise par un revenu minimum exonéré $\overline{R}$ et un taux marginal constant t'>t et par le fait que la contrainte budgétaire de cet impôt progressif est telle qu'elle passe par le point A $\left(\frac{H}{2}; w \cdot (1-t) \cdot \frac{H}{2}\right)$ qui est le choix optimal en présence de l'impôt proportionnel.[1]

Rappelons que pour l'impôt proportionnel, on a :

$$x = (1 - t) \cdot \frac{w}{p_x} \cdot H - \frac{w}{p_x} \cdot (1 - t) \cdot l$$

Pour l'impôt progressif, on a :

$$x = (1 - t') \cdot \frac{w}{p_x} \cdot H - (1 - t') \cdot \frac{w}{p_x} \cdot l + \frac{w}{p_x} \cdot t' \cdot \overline{T}$$

Comme on veut que les deux droites se coupent pour l=$\frac{H}{2}$, il faut avoir :

$$w \cdot (1 - t) \cdot (H - l) = (1 - t') \cdot w \cdot H - (1 - t') \cdot w \cdot l + w \cdot t \cdot \overline{T}$$

et comme on veut que tel soit le cas si l=$\frac{H}{2}$, il faudrait avoir :

$$w \cdot (1 - t) \cdot \frac{H}{2} = (1 - t') \cdot w \cdot H - (1 - t') \cdot w \cdot \frac{H}{2} + w \cdot t \cdot \overline{T}$$

Cette dernière relation, après simplification, s'écrit:

$$\overline{T} = \frac{t'-t}{t'} \cdot \frac{H}{2}$$

Il en résulte qu'il n'existe pas un seul tarif progressif qui satisfait à la condition que l'impôt progressif est tel qu'il passe par A, mais tel est le cas pour chaque impôt progressif dont les deux grandeurs structurelles $\overline{T}$ et t' sont telles qu'elles remplissent cette dernière relation.

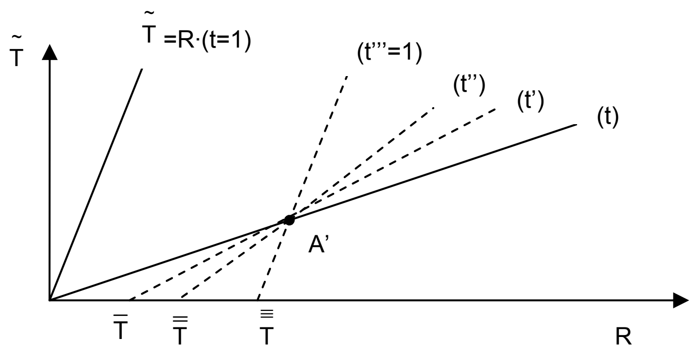
---

[1] On est donc, pour ce qui est de l'impôt progressif, dans le premier cas de la section précédente.

Le graphique suivant illustre cela.

Les trois tarifs progressifs $(t', \overline{T})$, $(t''>t', \overline{\overline{T}} > \overline{T})$ et $(t'''=1, \overline{\overline{\overline{T}}} > \overline{\overline{T}})$ tous les trois permettent de passer par la point A'.

Graphique 1



On a si $\overline{T} = \frac{t'-t}{t'} \cdot \frac{H}{2}$ que :

$$x = (1 - t') \cdot \frac{w}{p_x} \cdot H - (1 - t') \cdot \frac{w}{p_x} \cdot l + \frac{w}{p_x} \cdot t' \cdot \frac{t'-t}{t'} \cdot \frac{H}{2}$$

$$x = (1 - t') \cdot \frac{w}{p_x} \cdot H - (1 - t') \cdot \frac{w}{p_x} \cdot l + \frac{w}{p_x} \cdot (t' - t) \cdot \frac{H}{2}$$

$$x = (1 - t') \cdot \frac{w}{p_x} \cdot (H - l) + \frac{w}{p_x} \cdot (t' - t) \cdot \frac{H}{2}$$

D'où:

$$U = x \cdot l$$

$$= \left((1-t') \cdot \frac{w}{p_x} \cdot (H-l)\right) l + \frac{w}{p_x} \cdot (t'-t) \cdot \frac{H}{2} l$$

On peut montrer que :

$$l^* = \frac{H}{2} + \frac{t'-t}{1-t'} \cdot \frac{H}{4}$$

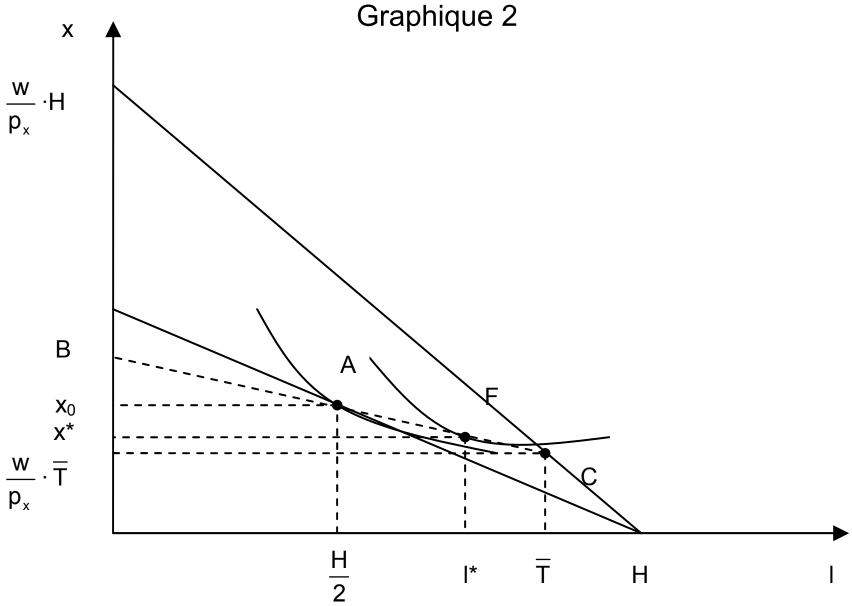
$$x^* = \frac{w}{p_x} \cdot (1 - t') \cdot \frac{H}{2} - \frac{w}{p_x} \cdot (t' - t) \cdot \frac{H}{4}$$

On voit qu'avec le tarif progressif en question, on a que $l^* < \frac{H}{2} = x_0$ et que $x^* < x_0$.

Le consommateur va prendre plus de loisir et donc va consommer moins du bien X.

On voit donc qu'avec le tarif progressif, le consommateur va finir par avoir une utilité plus élevée, et l'Etat aura une recette fiscale inférieure, parce que le consommateur travaille moins et donc a moins de revenu.

Graphique 2



Au point A', le taux moyen pour les trois tarifs est le même tandis que chaque fois le taux marginal de l'impôt progressif t' est supérieur au taux marginal, t, de l'impôt proportionnel qui est également le taux moyen de ce dernier.

Toutefois, le consommateur, en présence du tarif progressif BACH, ne va pas choisir le point A, mais va encore substituer du loisir au travail pour choisir un point le long de la partie AC comme p.ex. le point F.

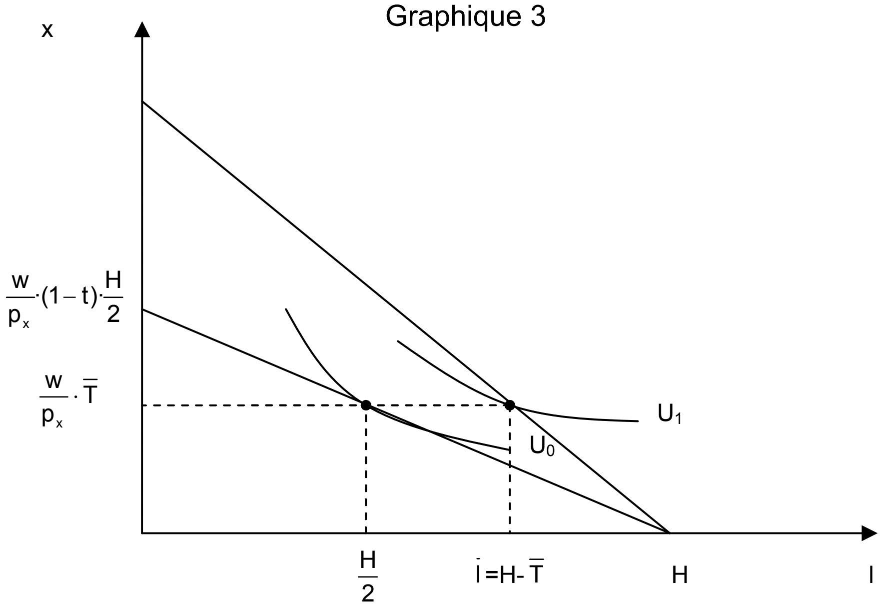
Pour le tarif t'''=1, le consommateur choisira le coin.

Donc, avec le tarif progressif, l'effet de substitution est plus élevé, tout simplement parce que le taux marginal t' est supérieur au taux marginal t.

L'effet de substitution dépend du taux marginal d'imposition, la charge/recette fiscale, en revanche, dépend du taux moyen d'imposition.

La figure suivante représente le cas où l'impôt progressif est tel que t'=1. Dans ce cas, le contribuable, une fois qu'il travaille $\bar{T}$, n'a plus aucun intérêt à travailler une unité de temps de plus car le salaire qu'il pourrait dégager en ce faisant serait entièrement prélevé sous forme d'impôt.

Graphique 3



2.2.3.2. Une deuxieme tentative de comparaison

Le fait que dans les cas sous revue l'utilité soit toujours plus élevée ne permet toutefois pas de tirer une conclusion sur le plan de la comparaison, sur le plan de l'efficience économique entre un impôt proportionnel et un impôt progressif, étant donné que dans les deux cas la recette fiscale n'est pas la même. Il faudrait, pour comparer, soit avoir la même recette fiscale pour comparer les utilités des deux types d'impôts respectifs, soit la même utilité pour comparer les recettes fiscales des deux impôts.

Dans ce qui suit, maintenons égale l'utilité pour analyser si la recette fiscale d'un des deux impôts dépasse celle de l'autre.[1]

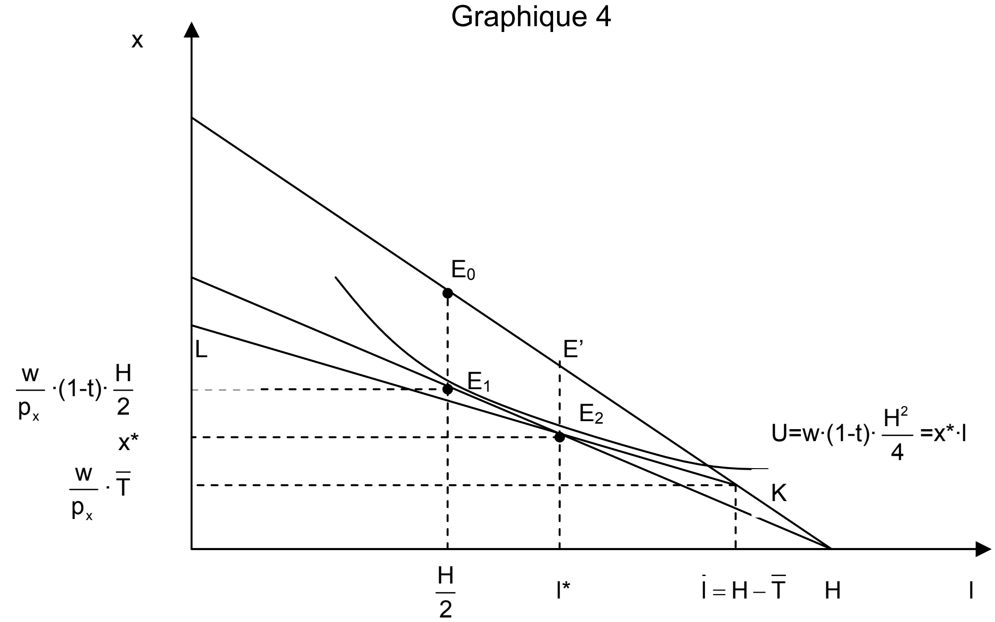
Développons le cas où l'on introduit un impôt progressif (t', $\bar{T}$) avec t'>t par comparaison à l'impôt proportionnel au taux t.

La contrainte budgétaire de l'impôt progressif est [LKH].

---

[1] cf. R. Jha, *Modern Public Economics*, Routledge, 1998, pour l'analyse du cas où on maintient la recette fiscale égale pour alors comparer les utilités respectives.

Graphique 4



Avec l'impôt proportionnel, on choisit le point E_1 et avec l'impôt progressif le point E_2.

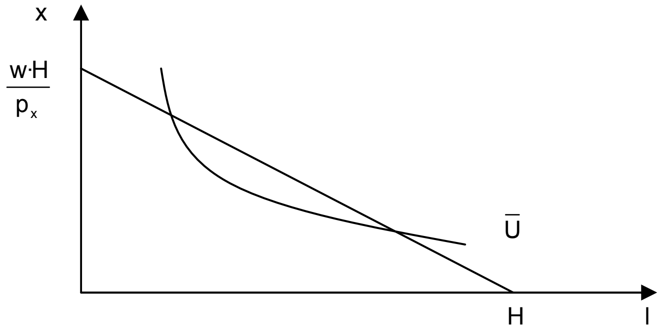
Nous constatons graphiquement que $E_0E_1>E'E_2$, avec toutefois une utilité maximale identique pour $\left(\frac{H}{2}, w\cdot(1-t)\cdot\frac{H}{2}\right)$, le choix optimal avec l'impôt proportionnel et pour (l^*,x^*), le choix optimal pour l'impôt progressif $(t'>t, \overline{T}>0)$.

Afin de voir autrement que graphiquement que $E_0E_1>E'E_2$, développons le raisonnement suivant.

Soit une courbe d'indifférence donnée, $\overline{U}$, peu importe laquelle.

Soit une contrainte budgétaire pour un salaire w et sans impôt.

Graphique 5

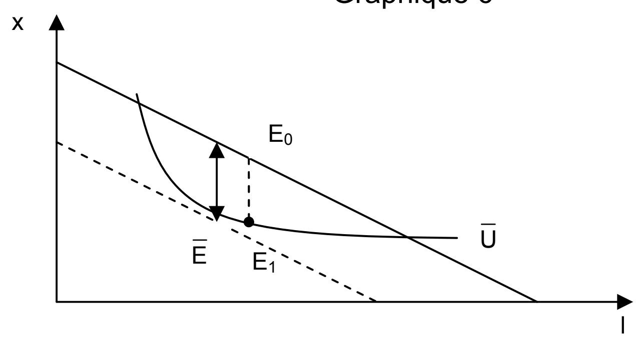


Interrogeons-nous à quel point de $\overline{U}$ la différence verticale entre la contrainte budgétaire et la courbe d'indifférence $\overline{U}$ est maximale.

Tel est le cas au point de $\overline{U}$ pour lequel on a que le taux marginal de substitution – la valeur absolue de la pente de la courbe d'indifférence – et le prix relatif du loisir – la valeur absolue de la pente de la contrainte budgétaire, sont égales, donc si $\frac{w}{p_x} = \frac{U_l}{U_x} = \frac{x}{l}$.

Graphiquement :

Graphique 6



Nous constatons qu'au graphique 6, le point E_1 est à droite du point de différence verticale maximale $\overline{E}$ et, partant, un déplacement le long de U à partir de E_1 vers E_2 ne va que faire diminuer la distance verticale qui, en l'occurrence, est le montant fiscal.

Sur la base de ces conclusions, on peut dire que l'impôt proportionnel est plus efficient que l'impôt progressif en ce sens qu'il est possible de remplacer l'impôt (indirectement) progressif se caractérisant par (t', $\overline{T} > 0$), par un impôt proportionnel ($t < t'$, $\overline{T} = 0$) de la sorte à assurer que le niveau d'utilité maximal ne change pas tout en arrivant à augmenter la recette fiscale.

<u>Exercices</u>

(i) Développez cette dernière sous-section de façon plus générale.

(ii) Soit un premier scénario où l'impôt est proportionnel à un taux de 40%, le revenu imposable étant 100 et un deuxième scénario où l'impôt est progressif (revenu minimum exonéré 100, taux marginal 100%) et le revenu imposable de nouveau 100.

Quel scénario est préférable pour le contribuable ?

Quel scénario est préférable pour l'Etat ?

Quel scénario est préférable du point de vue PIB ?

(iii) La décision de participer au marché du travail (« *extensive decision* ») dépend-t-elle du taux moyen d'imposition ou du taux marginal d'imposition ?

(iv) La décision, ceteris paribus, d'un travailleur indépendant d'exercer son activité dans un pays A ou dans un pays B dépend-t-elle de la différence entre les taux moyens des pays A et B ou, par contre, de la différence entre les taux marginaux maxima des pays A et B ?

(v) Partons d'un impôt indirectement progressif, avec un revenu minimum exonéré et un taux t>0 qui s'applique à chaque euro au-delà du revenu minimum exonéré.

Soient deux réformes fiscales envisagées.

La première consiste à réduire le revenu minimum exonéré.

La deuxième consiste à augmenter le taux d'imposition t.

Analysez l'impact des deux réformes fiscales sur l'offre de travail (en supposant que le loisir est un bien normal), pour montrer qu'avec la première réforme l'offre de travail augmente tandis que la deuxième réforme est telle que l'impact sur l'offre est indéterminé.

Maintenant, comparez l'impact des deux réformes sur l'utilité d'un consommateur représentatif.

(vi) Très souvent, il est préconisé une politique de réduction de taux d'imposition avec un élargissement simultané de la base imposable. Commentez une telle politique fiscale sur la base des développements qui précèdent et dans les optiques de :

- l'efficience ;
- l'équité ;
- la neutralité budgétaire.

(vii) Commentez l'affirmation ci-après de R. Jha, reprise de *Modern Public Economics*, Routledge, 1998, à propos de la comparaison entre impôt progressif et impôt proportionnel :

"*We should be careful about reading too much into this result. The idea of a representative consumer is alien to a progressive tax system whose main purpose is to differentiate between consumers. The income tax seeks to reduce inequalities of income, and hence, must necessarily not deal with any notion of a representative consumer*."

(viii) Analysez la validité des deux affirmations ci-après:

(a) « *Si l'offre de travail est verticale, l'effet de revenu et l'effet de substitution se compensent, et, partant, il n'y a pas de deadweight loss si une taxe est introduite*. »

(b) « *Si l'offre de travail est backward-slapping, l''introduction d'un impôt proportionnel sur le travail aura pour conséquence d'augmenter l'offre de travail, et, partant, il ne pourrait y avoir de deadweight loss de cette taxe*. »

2.3. Utilité quasi-linéaire et impôt sur le revenu

La fonction d'utilité est quasi-linéaire du type :

$$U = x + 4\sqrt{l}$$

On suppose que w=p=1, ce qui donne la contrainte budgétaire :

$$p \cdot x = w \cdot T$$

$$= w \cdot H - w \cdot l$$

et donc $x = H - l$

En substituant x dans U, on obtient :

$$U = H - l + 4\sqrt{l}$$

L'utilité est maximale si :

$$\frac{dU}{dl} = -1 + \frac{2}{\sqrt{l}} = 0$$

soit si

$$l_M = 4$$

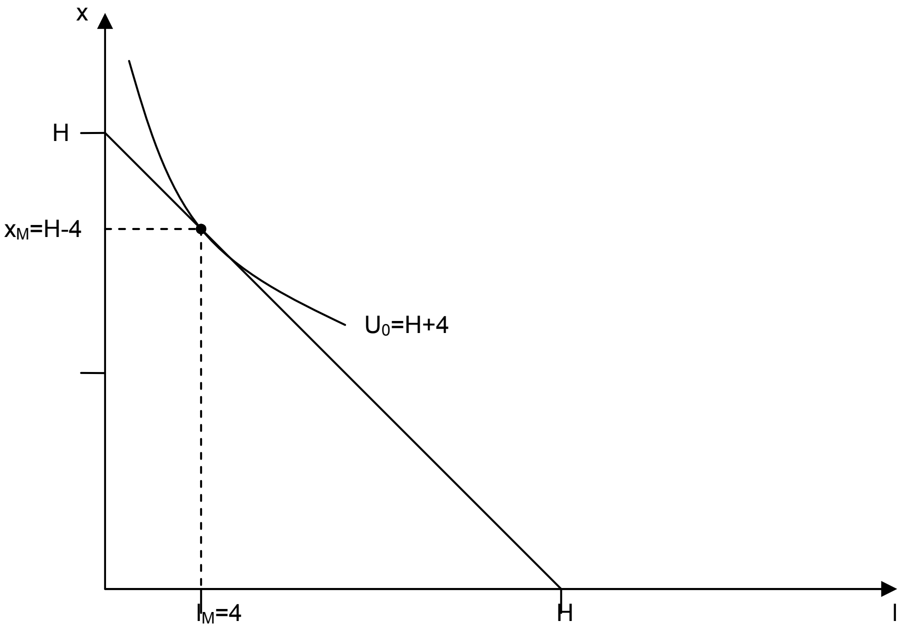
Il en découle que :

$$x = H - l_M$$

$$= H - 4$$

On a une solution de coin en ce sens que x=0 si H≤4. Si H=4, il y a une solution de coin avec tangence, si H<4, elle est sans tangence. On suppose par la suite que H>4, donc qu'il y ait une solution intérieure.

Graphiquement, on a :



L'utilité maximale U_0 est :

$$U_0 = x_M + 4\sqrt{l_H}$$

$$= H - 4 + 4 \cdot 2$$

$$= H + 4$$

Supposons maintenant qu'il soit introduite une taxe proportionnelle $t = \frac{1}{2}$ sur le revenu salarial. La contrainte budgétaire s'écrit alors :

$$p \cdot x = (1 - t) \cdot w \cdot T$$

$$= (1 - t) \cdot w \cdot H - (1 - t) \cdot w \cdot l$$

soit

$$x = \frac{1}{2}H - \frac{1}{2}l$$

La fonction d'utilité peut s'écrire :

$$U = \frac{1}{2}H - \frac{1}{2}l + 4\sqrt{l}$$

Elle est maximale si :

$$\frac{dU}{dl} = -\frac{1}{2} + \frac{4}{2\sqrt{l}} = 0$$

soit si :

$$l'_M = 16$$

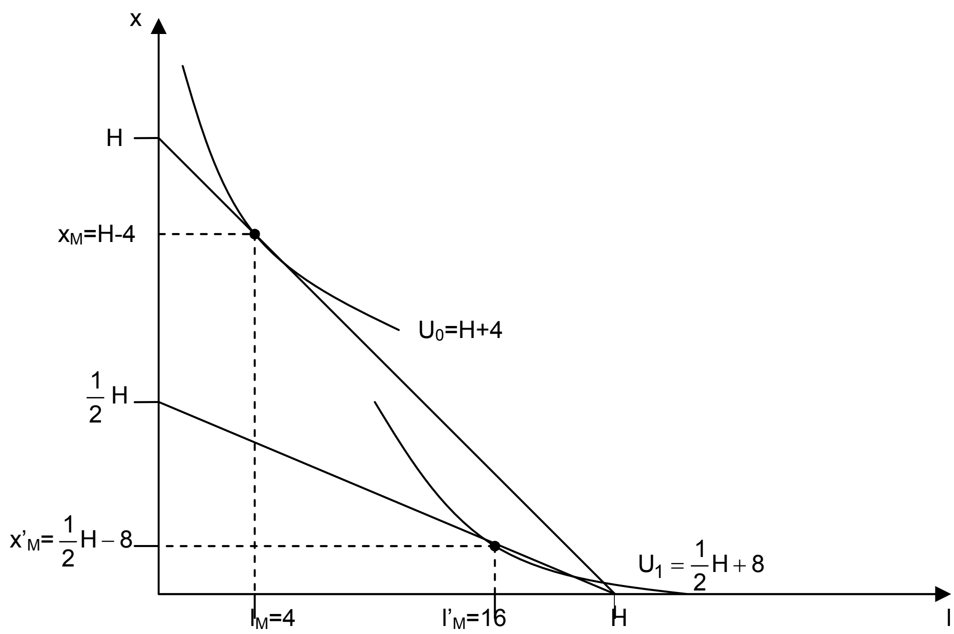
et

$$x'_M = \frac{1}{2}H - \frac{1}{2}\cdot 16$$

$$= \frac{1}{2}H - 8$$

On a cette fois-ci une solution de coin si H≤16. On suppose par la suite que H>16.[1]

Graphiquement, on a :



L'utilité maximale U_1 est :

$$U_1 = x'_M + 4\sqrt{l'_M}$$

$$= \frac{1}{2}H - 8 + 4\sqrt{16}$$

$$= \frac{1}{2}H + 8$$

---

[1] Notez que l'intervalle de possibilité d'une solution de coin s'est élargi de [0 ;4] à [0 ;16].

L'introduction de l'impôt sur le revenu $t=\frac{1}{2}$ a pour impact une augmentation de la quantité de loisir ($l'_M>l_M$), et, partant, une baisse concomitante de la quantité de travail et de la quantité du bien X achetée sur le marché ($T_M=H-l_M>T'_M=H-l'_M$, $x_M>x'_M$).

Interrogeons-nous maintenant pour savoir quel montant Z il faudrait au moins donner à l'agent pour qu'il puisse, compte tenu de l'existence de t, néanmoins continuer à réaliser l'utilité initiale atteinte sans taxe, donc U_0.

A cette fin, construisons le Lagrangien qui nous donne les quantités compensées :

$$L = w\cdot(1-t)\cdot H + Z - w(1-t)\cdot l - p\cdot x - \lambda\cdot\left[U_0 - x - 4\sqrt{l}\right]$$

$$= \frac{1}{2}H + Z - \frac{1}{2}l - x - \lambda\cdot\left[H + 4 - x - 4\sqrt{l}\right]$$

On a :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial l} = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{\lambda 4}{2\sqrt{l}} = 0 & (1) \\[2ex] \dfrac{\partial L}{\partial x} = -1 + \lambda = 0 & (2) \\[2ex] \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = H + 4 - x - 4\sqrt{l} = 0 & (3) \end{cases}$$

De (1) et (2), il découle que :

$$\lambda = 1 = \frac{\sqrt{l}}{4}$$

et donc que :

$$\sqrt{l} = 4$$

$$l_H = 16 = l'_M$$

et donc :

$$H + 4 = x + 4\sqrt{16}$$

soit

$$x_H = H - 12$$

On suppose que H>12, ce qui est réalisé avec l'hypothèse précédente sur H.

Notons que l'utilité atteinte avec I_H et x_H est précisément l'utilité initiale U_0. En effet :

$$U = x_H + 4\sqrt{I_H}$$

$$= H - 12 + 4\sqrt{16}$$

$$= H + 4 = U_0$$

Nous savons que le panier choisi après introduction de t $\left(I'_M = 16, x'_M = \frac{1}{2}H - 8\right)$ coûte :

$$\frac{1}{2}I'_M + x'_M$$

$$= 8 + \frac{1}{2}H - 8$$

$$= \frac{1}{2}H$$

Nous savons que le panier compensé (I_H=16, x_H=H-12) coûte :

$$\frac{1}{2}I_H + 1x_H$$

$$= 8 + H - 12$$

$$= H - 4$$

Il en résulte qu'il faut donner, en présence de la taxe :

$$Z = H - 4 - \frac{1}{2}H$$

$$= \frac{1}{2}H - 4$$

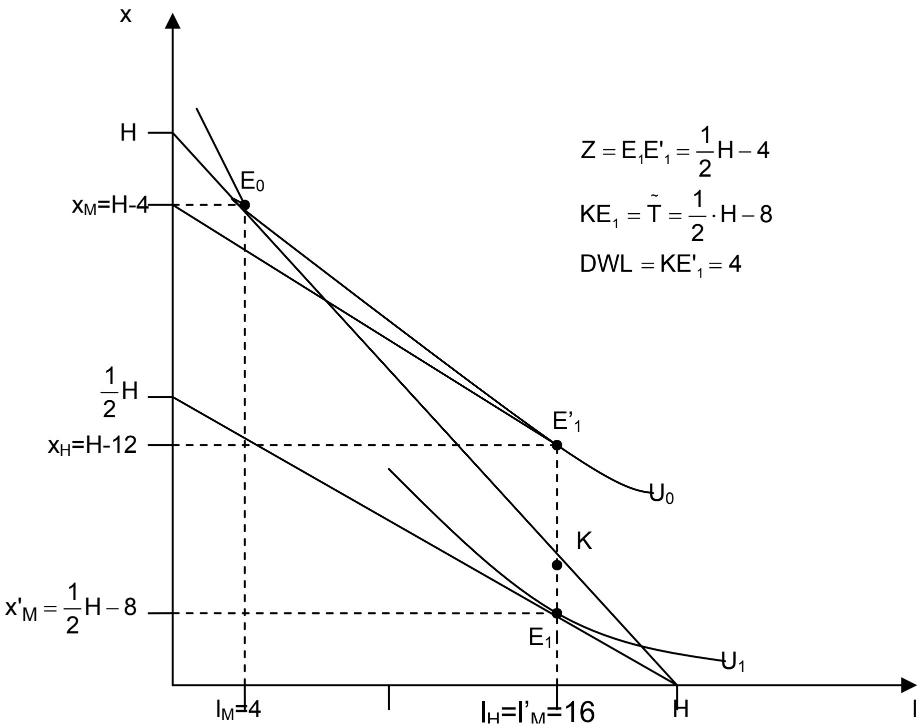
à l'agent pour qu'il puisse atteindre U_0 en présence de l'impôt.

La contrainte budgétaire respective s'écrit :

$$x = \frac{1}{2}H + Z - \frac{1}{2}I$$

$$= H - 4 - \frac{1}{2}I$$

Graphiquement, on obtient :



L'impôt payé par l'agent est la différence KE_1.

Cette dernière est égale à :

$$(H - I) - \left(\frac{1}{2}H - \frac{1}{2}I\right)$$

$$= \frac{1}{2}H - \frac{1}{2}I$$

$$= \frac{1}{2}H - \frac{1}{2} \cdot 16$$

$$= \frac{1}{2}H - 8$$

Le deadweight loss se définit comme suit[1] :

$$DWL' = 2 - \tilde{T}$$

[1] cf. ci-après le pourquoi du choix de la notation DWL'.

$$= \frac{1}{2}H - 4 - \frac{1}{2}H + 8$$

$$= 4$$

Notons également que, ici, nous avons :

$$\Delta U = U_0 - U_1$$

$$= H + 4 - \frac{1}{2}H - 8$$

$$= \frac{1}{2}H - 4$$

$$= Z$$

En fait, Z est la compensating variation, CV, de sorte qu'on a :

$$DWL' = Z - \tilde{T}$$

$$= CV - \tilde{T}$$

et en l'occurrence :

$$= \Delta U - \tilde{T}$$

Montrez vous-même que l'on a que le deadweight loss défini par rapport à l'équivalent variation qui est :

$$DWL = EV - \tilde{T}$$

ici, en présence d'une fonction d'utilité quasi-linéaire est :

$$DWL = EV - \tilde{T}$$

$$= CV - \tilde{T}$$

$$= DWL'$$

avec de surcroît :

$$DWL = DWL' = \Delta U - \tilde{T}$$

De façon générale, en présence d'une fonction d'utilité quasi-linéaire, on a :

$$EV = CV = \frac{1}{\lambda} \cdot \Delta U$$

où $\frac{1}{\lambda} \cdot \Delta U$ est le surplus de Marshall.

<u>Exercices</u>

(i) Soit la fonction d'utilité quasi-linéaire $U = \sqrt{x} + I$ avec $\overline{M} + wT = p \cdot x$ et $T + I = H$. Supposez pour simplifier les calculs que p=1.

Montrez qu'une solution de coin est possible telle que T>0, x>0 et I=0. A quelle(s) condition(s) une telle solution de coin se réalise-t-elle ? Montrez que l'on peut distinguer que la solution de coin est avec ou sans tangence.

Pourquoi une solution de coin telle que x=T=0 et I>0 n'est pas possible ?

(cf. Hippe, Holz, Falk, Übungsbuch Mikroökonomie, Gabler, 1995)

Mêmes questions que sub(i) si U=$x + \sqrt{I}$.

Comparez les cas sub(i) et (ii).

(ii) Développez la section 1.1.3.3 de façon générale, c'est-à-dire avec $U = x + 4\sqrt{I}$ et respectivement p·x=w·H-w·I et p·x=w·(1-t)H-w·(1-t)·I.

(iii) Commentez l'affirmation suivante :

"*The excess burden of a tax system is the difference between a money measure of the welfare loss caused by the tax system and the tax revenue that is collected*." (Bev Dahlby, *The Marginal Cost of Public Funds*, MIT Press, 2008, p. 13)

(iv) Soit la fonction d'utilité:

$$U = k \cdot x + 4\sqrt{I}$$

et la contrainte budgétaire :

$$p \cdot x = w \cdot H - w \cdot I$$

(a) Montrez que :

$$I_M = \frac{4p^2}{k^2 \cdot w^2}$$

et

$$x_M = \frac{w}{p} \cdot H - \frac{4 \cdot p}{k^2 \cdot w}$$

Discutez l'existence d'une solution de coin. Par après, faites les hypothèses nécessaires pour qu'il n'y ait pas de solution de coin. Calculez l'utilité maximale $U_0 = k \cdot x_M + 4\sqrt{l_M}$.

(b) Introduisez un impôt proportionnel t (0<t<1) sur le revenu du travail.

Montrez que l'on aura :

$$l'_M = \frac{4p^2}{k^2 \cdot (1-t)^2 \cdot w^2}$$

$$x'_n = \frac{w(1-t)}{p} H - \frac{4p}{k^2(1-t) \cdot w}$$

Calculez $U_1 = kx'_M + 4\sqrt{l'_M}$.

(c) Montrez que l'on a :

$$EV = CV = \frac{4p^2}{k^2 \cdot w \cdot l} \cdot \left(1 - \frac{1}{1-t}\right) + w \cdot t \cdot H$$

Dans ce contexte, montrez que les demandes de Hicks sont respectivement :

$$l_H = \frac{4p^2}{k^2 \cdot (1-t)^2 \cdot w^2} = l'_M$$

$$x_H = \frac{w}{p} \cdot H + \frac{4p}{k^2 \cdot w} - \frac{8p}{k^2 \cdot (1-t) \cdot w}$$

(d) Montrez que l'on a $\lambda^* = \frac{k}{P_x}$, donc que λ^* est certes fonction de P_x mais pas de w et que $EV = CV = \frac{1}{\lambda} \cdot \Delta U$ où $\Delta U = U_0 - U_1$.

(v) La fonction d'utilité sub 1.1.3.2 est-elle quasi-linéaire ?

(vi) Soit le modèle où 8U=x·l et $p_x \cdot x = w \cdot T$. Introduisons dans ce modèle une contribution sociale qui se décline en une cotisation sociale pour employeur et une cotisation sociale pour salariés, de pourcentages égaux. Montrez qu'économiquement, dans ce modèle et en supposant une demande de travail des entreprises traditionnelle à pente négative, montre qu'il est irrelevant qui de l'employeur ou du salarié paie quelle partie d'une contribution sociale donnée, mais que seul dépend le niveau de celle-ci qui dans sa totalité est supportée par les offreurs de travail, les salariés. [Si w est le salaire brut=net avant contributions sociales, la part patronale est $s_p \cdot w$ et la part salariale est $s_s \cdot w$ avec $s_s + s_p = 1$ de sorte que le salaire super-brut est $\overline{w_b} = w_b(1+s_p)$ et le salaire net $w_b - s_s = (1-s_s)\cdot w_b$ avec $\overline{w_b} - w_n = (s_p + s_s)\cdot w_b$.)

(vii) Commentez l'extrait suivant repris de Arye Hillman, *Public Finance and Public Policy*, 2nd edition, Cambridge University Press, 2009, p. 689 :

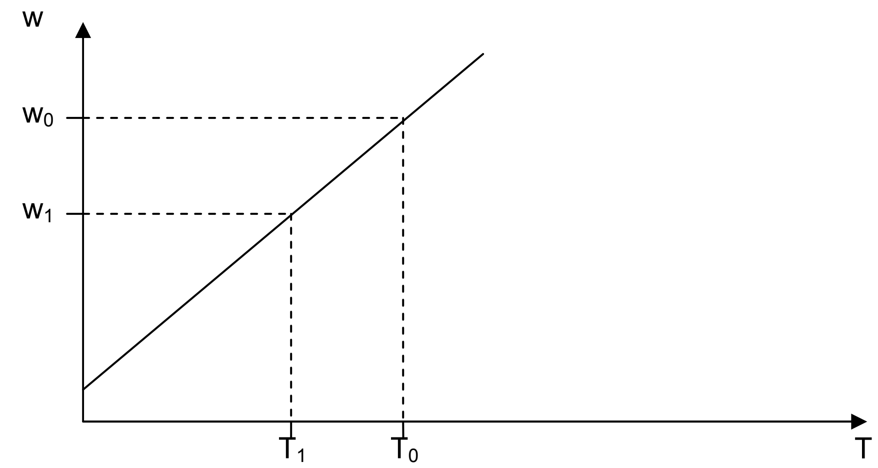
"*In the solution to the Mirless optimal income-tax problem, much hinges on the choice of the common utility function that is used to describe the labor-supply behavior of the population. The utility function indicates substitution between work and leisure and determines the excess burden of taxation through the elasticity of labor supply. Choice of the utility function therefore influences the extent of departure of the optimal income tax from a choice of taxation and redistribution that results in post-tax equality.*

Therefore, the answers are in the assumptions. If a utility function is chosen whereby labor supply is quite inelastic, taxes do not much effect efficiency and the optimal income tax can focus on achieving equality in post-tax income distribution and can be quite progressive. If a utility function is chosen for which people respond to high marginal taxes by significantly reducing work hours or work effort, the optimal income tax is not very progressive and may be regressive."

2.4. Une approximation

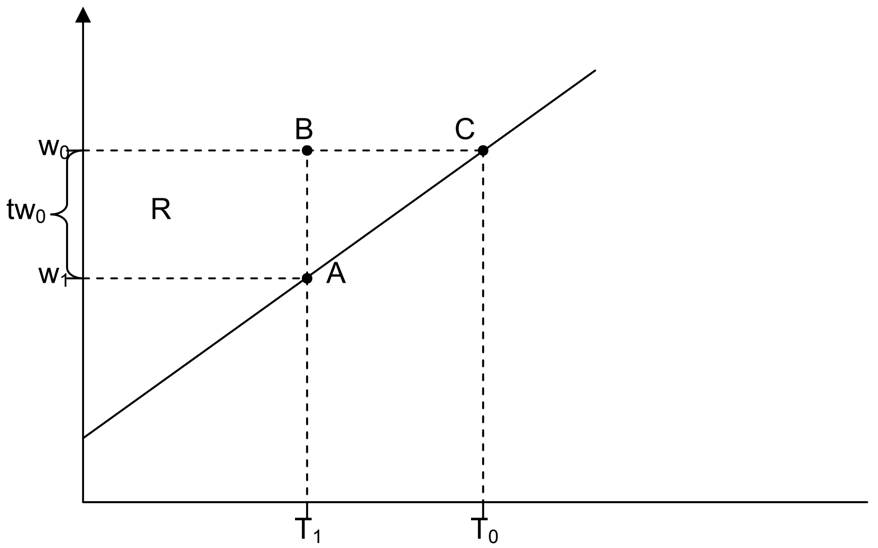
Soit la fonction d'offre de travail linéaire ci-après, qui est supposée ne reprendre qu'un effet de substitution.[1]

[1] On peut considérer alternativement qu'elle est la fonction d'offre compensée, qu'elle est l'approximation linéaire d'une offre compensée non linéaire ou qu'on est dans un cas où offre de Marshall et offre de Hicks coïncident (et sont linéaires ou objet d'une approximation). Si $U = x - \frac{T^{1+\frac{1}{\varepsilon}}}{1+\varepsilon}$ et si $\varepsilon = 1$, on a $T_M = T_H = \left(\frac{w}{p}\right)$.



Admettons que le salaire de marché soit w_0 et que si une taxe proportionnelle t (0<t<1) sur le revenu est introduite, le salaire net revenant au salarié devient $w_1=w_0-tw_0=(1-t)\cdot w_0$, avec donc $\Delta w = w_0 - w_1 = t \cdot w$.

Au salaire w_0, le revenu salarial est w_0T_0. En présence d'une taxe t, le salaire brut est w_0T_1 et le salaire net w_1T_1, la recette fiscale de l'Etat R étant $t{\cdot}w_0{\cdot}T_1$.



L'introduction de la taxe proportionnelle implique une diminution de la quantité de travail offerte, de T_0 à T_1, et, partant, comporte un effet de substitution, qui est à l'origine d'un deadweight loss, DWL.

Ce dernier est égal au triangle ABC de sorte que l'on a :

$$DWL = \frac{1}{2}(T_0 - T_1)\cdot(w_0 - w_1)$$

$$= \frac{1}{2} \Delta T \cdot t \cdot w_0$$

L'élasticité (compensée) ε de l'offre de travail est :

$$\varepsilon = \frac{\frac{\Delta T}{T}}{\frac{\Delta w}{w}}$$

Evaluée au point T_1, on a :

$$\varepsilon_1 = \frac{\frac{\Delta T}{T_1}}{\frac{\Delta w}{w_1}}$$

ce qui nous permet d'écrire que :

$$\Delta T = \varepsilon_1 \cdot \frac{\Delta w}{w_1} \cdot T_1$$

Partant, on a :

$$DWL = \frac{1}{2} \varepsilon_1 \cdot T_1 \cdot \frac{\Delta w_1}{w_1} \cdot t \cdot w_0$$

Comme $\frac{\Delta w_1}{w_1} = \frac{w_0 t}{w_0 (1-t)} = \frac{t}{1-t}$

on a :

$$DWL = \frac{1}{2} \frac{t^2}{1-t} \cdot \varepsilon_1 \cdot T_1 \cdot w_0$$

Force est de constater que DWL est, ceteris paribus, d'autant plus élevé que t est élevé[1], que w_0 est élevé ou que ε_1 est élevé c'est-à-dire que l'effet de substitution est prononcé.

Economiquement, le deadweight loss est la partie du montant que l'agent serait prêt à payer au maximum pour éviter la taxe, en l'occurrence donnée par la surface w_0BCAw, ne trouvant pas sa contrepartie dans la recette fiscale de l'Etat, qui elle est un transfert de l'agent vers l'Etat. La recette

---

1 $\frac{t^2}{1-t} = t \cdot \left(\frac{t}{1-t} \right) = t \cdot \left(\frac{1}{\frac{1}{t} - 1} \right)$

fiscale étant w_0BAw, on a précisément que le DWL est la surface du triangle ABC.

Le triangle est une diminution du bien-être subjectif exprimé en unités monétaires à laquelle ne correspond pas, de l'autre côté, une recette fiscale de l'Etat[1]. Si l'impôt n'avait pas pour conséquence une diminution de la quantité de travail offerte, à travers l'apparition d'un coin fiscal comportant un effet de substitution de loisir au travail, il n'y aurait pas de « *triangle* », donc de deadweight loss.

En rappelant que $R=T_1 \cdot w_0 \cdot t$, on peut également écrire le deadweight loss comme suit :

$$DWL = \frac{1}{2}\frac{t}{1-t} \cdot t \cdot w_0 \cdot \varepsilon_1 \cdot T_1$$

$$= \frac{1}{2}\frac{t}{1-t} \cdot R \cdot \varepsilon_1$$

On peut définir le deadweight loss par euro de recette fiscale comme :

$$\frac{DWL}{R} = \frac{1}{2}\frac{t}{1-t} \cdot \varepsilon_1$$

Ce rapport n'augmente pas de façon linéaire avec t, mais plus que linéaire.

Supposons que $\varepsilon_1 = \frac{1}{4}$. Si $t = \frac{1}{10}$, alors $\frac{DWL}{R} \cdot 100\% \cong 1{,}4\%$. Si $t = \frac{1}{2}$, alors $\frac{DWL}{R} \cdot 100\% = 12{,}5\%$. Dans ce dernier cas, le deadweight loss moyen serait égal à 12,5% de la recette fiscale. Le « *coût* » pour les contribuables consiste, premièrement, dans le montant de l'impôt à payer, qui toutefois a une contrepartie de revenu, la recette fiscale de l'Etat, ou plus exactement, dont la contrepartie consiste dans l'utilité générée ailleurs à travers l'utilisation par l'Etat de cette réserve, et, deuxièmement, dans le deadweight loss de 12,5% de la recette fiscale.

Autrement dit, avec un deadweight loss moyen de 12,5%, pour avoir l'ensemble coût de l'impôt pour le contribuable, il faut encore ajouter à un euro de recette fiscale un montant de 0,125.

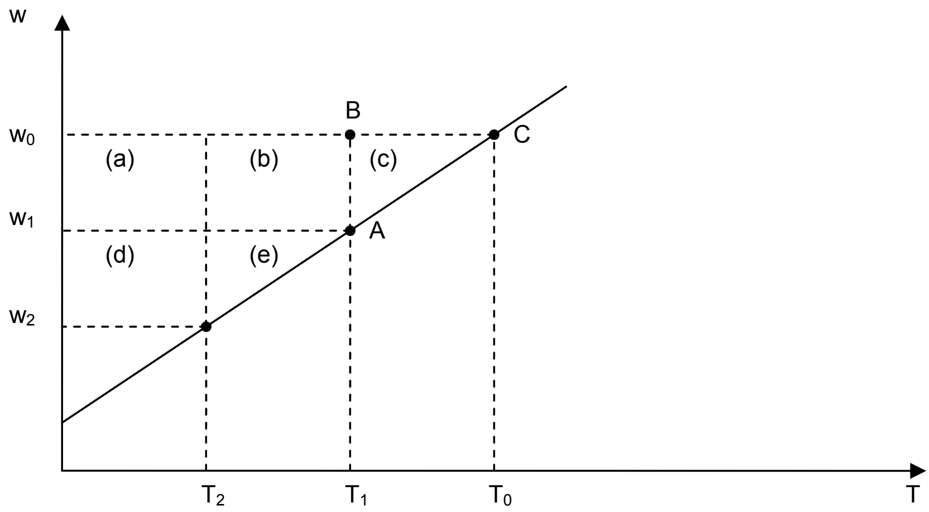
Notons qu'on peut passer encore au raisonnement marginal en analysant comment change DWL si l'impôt augmente.

Illustrons-le graphiquement.

---

[1] On suppose subjectivement que l'Etat reçoit $\tilde{T}$ ou que l'agent garde ce montant, cela revient, ceteris paribus, pour l'agent au même. Cette hypothèse peut être discutée dans deux directions si respectivement l'agent a une aversion contre l'Etat ou si, de l'autre côté, la recette fiscale sert à financer un bien public qui autrement ne serait pas produit.

Admettons que t augmente de $\Delta t > 0$ pour donner $t' = t + \Delta t > t$.



La recette fiscale qui a été avec un impôt t égale à la surface (a)+(b) sera maintenant égale à (a)+(d). Donc, elle varie de (b)-(d). Si (b)-(d)>0, la recette fiscale diminue.

Le deadweight loss qui a été égal à (c) sera maintenant égal à (c)+(b)+(e), donc il augmentera de (b)+(e).

Il s'ensuit que $\frac{\Delta DWL}{\Delta R} = \frac{(b)+(e)}{(b)-(d)}$.

Finalement, il est intéressant de noter que la recette fiscale marginale est :

$$\frac{dR}{dt} = w_0 \cdot T_1 + w_0 \cdot t \cdot \frac{dT_1}{dt}$$

$$= w_0 \cdot T_1 + w_0 \cdot t \cdot \frac{dT_1}{dw_1}\frac{dw_1}{dt}$$

$$= w_0 \cdot T_1 - w_0^2 \cdot t \cdot \varepsilon_1 \cdot \frac{T_1}{w_1}$$

$$= w_0 \cdot T_1 - w_0^2 \cdot t \cdot \varepsilon_1 \cdot \frac{T_1}{w_0(1-t)}$$

$$= w_0 \cdot T_1 \cdot \left(1 - \frac{t}{1-t}\varepsilon_1\right)$$

Exercices

(i) Analysez le cas où l'offre de travail est linéaire et passe par l'origine [Conseil : On a alors $\varepsilon = 1$].

(ii) Analysez la validité de l'affirmation suivante : « *En introduisant une taxe t en deux étapes à raison chaque fois de* $\frac{t}{2}$ *, on a que le deadweight loss de la première étape est inférieur à celui de la deuxième étape quid à ce que la somme des deux est égale au deadweight loss que l'on aurait avec l'introduction, dans une étape, de t*. »

Titre V. Un modèle très simple d'équilibre général

Dans ce titre, nous allons développer un modèle extrêmement simple d'équilibre général. Le modèle qui suit est d'équilibre général en ce sens qu'il comporte à la fois une activité de production et une activité de consommation de cette même production et il est extrêmement élémentaire en ce sens qu'il ne comporte qu'un seul facteur de production mais variable, le travail, et deux biens, toutefois « *techniquement* » liés, le bien de consommation X et le loisir.

Après avoir exposé ce modèle en termes réels, on montrera comment on peut l'exprimer en ajoutant des variables nominales.

Par après, on introduira différents types de taxes dont on analysera et comparera les impacts.

1. Le modèle de base

1.1. En termes purement réels

Soit une économie avec une activité de production d'un bien X produit avec du travail T selon la fonction de production[1] :

$$x = \alpha \cdot T \text{ avec } \alpha > 0$$

Le travail est fourni par un consommateur qui, par ailleurs, est le propriétaire unique de l'activité de production.

Le consommateur-producteur dispose de H unités de temps qu'il affecte au travail T et au non-travail (loisir) l.

La contrainte de temps est :

$$H = T + l$$

Sa fonction d'utilité est :

$$U(x,l) = x \cdot l$$

Le consommateur-producteur apprécie, per se, la consommation du bien X tout comme il apprécie, per se, le loisir. Or, vouloir plus de loisir signifie renoncer à du bien X, et inversement, plus du bien X signifie moins de loisir.

---

[1] La quantité produite du bien X est supposée être proportionnelle au travail mis en œuvre. Le facteur constant de proportionnalité est la « *productivité moyenne du travail* » qui, compte tenu de la linéarité, est également la « *productivité marginale du travail* ».

Il doit dès lors chercher la combinaison optimale (x,l) compte tenu de la quantité de temps H dont il dispose, compte tenu de la technologie telle qu'elle se traduit dans la fonction de production et compte tenu de ses préférences quant au loisir et à la consommation du bien X telles qu'elles s'expriment dans la fonction d'utilité.

Notons que l'objectif n'est donc pas de maximiser la production. Réaliser cela serait simple. Il faudrait renoncer à tout loisir pour produire x=$\alpha \cdot H$.

Or, avec la fonction Cobb-Douglas – et au-delà pour tout type de fonction d'utilité « well behaved » – cela ne saurait constituer une situation désirable pour un consommateur-producteur.

En effet, rappelons que notre fonction d'utilité Cobb-Douglas entre autres a pour caractéristique que les deux « biens » qui y entrent, le bien X et le loisir, sont tous les deux essentiels en ce sens que l'absence de l'un générerait une utilité nulle, peu importe la quantité de l'autre (si x=0 $\Rightarrow$ U=0·l=0, peu importe l>0 et si l=0 $\Rightarrow$ U=x·0=0, peu importe x>0).

Sa contrainte budgétaire se dégage comme suit :

$$H = T + l$$

$$H = \frac{x}{\alpha} + l$$

$$x = \alpha \cdot H - \alpha \cdot l$$

Notons que $\left|\frac{dx}{dl}\right| = \alpha$.

En remplaçant cette dernière expression dans la fonction d'utilité, on obtient une expression de U qui est fonction de la seule variable loisir (l) :

$$U = x \cdot l$$

$$= (\alpha \cdot H - \alpha \cdot l) \cdot l$$

$$= \alpha \cdot H \cdot l - \alpha \cdot l^2$$

Pour maximiser U, calculons la dérivée première $\frac{dU}{dl}$ et l'égalisons à 0 :

$$\frac{dU}{dl} = \alpha \cdot H - 2 \cdot \alpha \cdot l = 0$$

$$\Rightarrow \qquad l_0 = \frac{H}{2}$$

Il en résulte que :

$$T_0 = H - \frac{H}{2} = \frac{H}{2}$$

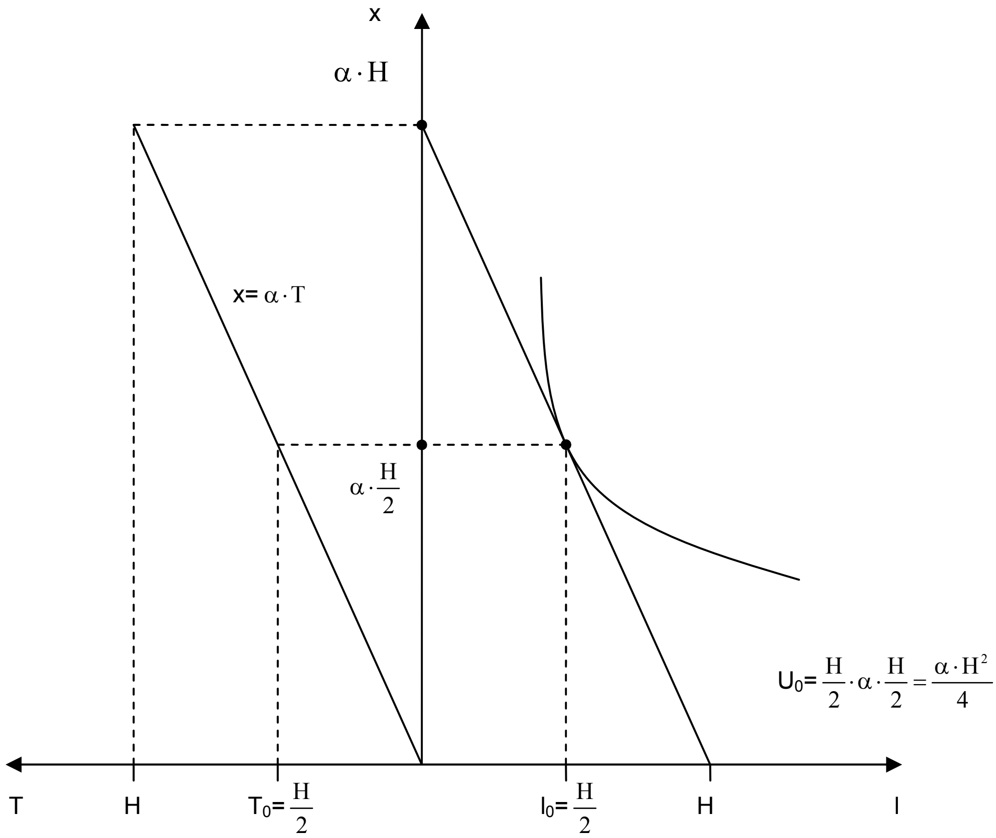
et que :

$$x_0 = \frac{\alpha \cdot H}{2}$$

La production dans cette économie est de $x_0 = \frac{\alpha \cdot H}{2}$ et cette production passe entièrement au consommateur comme revenu qui est entièrement consommé par le consommateur-producteur.

L'utilité de ce dernier est U_0 est $U_0 = I_0 \cdot x_0 = \frac{H}{2} \cdot \frac{\alpha \cdot H}{2} = \alpha \cdot \frac{H^2}{4}$.

Graphiquement, on a :



Rappelons que dans cette économie simplifiée, on n'a pas de variables nominales.

Exercice

Analysez et commentez, dans le cadre de ce modèle, la phrase « Travailler plus pour avoir plus ». En faites de même, après avoir intégré dans le modèle le progrès technique à travers une augmentation de α.

1.2. Ajout de variables nominales

Introduisons maintenant un prix du bien X, $p_x>0$, exprimé en autant d'unités monétaires par unité du bien X et un prix du travail $w>0$, exprimé en autant d'unités monétaires par unité de travail.

La contrainte budgétaire en unités monétaires s'écrit alors :

$$p_x \cdot x = w \cdot T$$

Avant de continuer, notons quelque chose d'important en relation avec les grandeurs nominales.

Cette dernière équation nous dit que l'expression monétaire de la production, $p_x \cdot x$, est égale à l'expression monétaire de la rémunération des facteurs de production. Comme on a ici que le profit est nul, cette dernière expression monétaire se réduit à l'expression monétaire de la rémunération du facteur travail, $w \cdot T$.

Cette égalité implique une relation entre les grandeurs nominales p_x et w.

En effet :

$$p_x \cdot x = w \cdot T$$

$$\Rightarrow \quad p_x \cdot \alpha \cdot T = w \cdot T$$

D'où:[1]

$$\alpha = \frac{w}{p_x}$$

Le facteur α est déterminé par les conditions technologiques de la production. Il en résulte que w et p doivent prendre des valeurs telles qu'elles satisfont cette relation. Autrement dit, les grandeurs nominales w et p_x qui, ensemble, constituent le salaire réel $\frac{w}{p_x}$, sont proportionnelles, le facteur de proportionnalité étant α. Encore autrement, comme α est donné par la technologie, il reste un degré de liberté quant aux variables nominales p_x et w.

---

[1] Dans le graphique, cela se traduit par le parallélisme des deux droites, l'une de la fonction production, l'autre de la contrainte budgétaire.

On peut 'arbitrairement' choisir une valeur pour l'une des deux variables nominales, peu importe laquelle, mais la valeur de l'autre est alors donnée par la nécessité ou contrainte de la relation précédente.

Si on donne une valeur à w, celle de p_x s'ensuit et vice-versa.

Il en résulte que tout couple de prix nominaux (p_x ;w) qui satisfait la relation $\alpha = \frac{p_x}{w}$ est compatible avec les résultats réels de cette économie.

Si p.ex. α =2, il en est ainsi p.ex. du couple (p_x=4,w=2) tout comme les couples (p_x=1,w=0,5) ou (p_x=2,w=1) vérifient également cette condition. Notons que si p_x=1 ou si w=1, on parle communément de numéraire. Si $\alpha \neq 1$, p_x et w ne peuvent toutefois pas être simultanément égaux à 1. Autrement dit, si on choisit le travail comme numéraire, avec donc w=1 et compte tenu que $\alpha = 2$, alors inévitablement p doit (va) être égal à 2. Si, en revanche, on choisit p comme numéraire, avec donc p=1, alors on a $w = \frac{1}{2}$.

Ceci dit[1], continuons notre analyse du choix travail/loisir et de la production du bien X.

La contrainte s'écrit :

$$p_x \cdot x = w \cdot (H - l)$$

$$p_x \cdot x = w \cdot H - w \cdot l$$

$$w \cdot H = p_x \cdot x + w \cdot l$$

Construisons le Lagrangien L :

$$L = x \cdot l + \lambda \cdot [w \cdot H - p_x \cdot x - w \cdot l]$$

D'où, en calculant les dérivées premières partielles par rapport aux variables x, l et au multiplicateur de Lagrange λ, et en les égalisant à 0, on obtient :

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x} = l - \lambda \cdot p_x = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial l} = x - \lambda \cdot w = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = w \cdot H - p_x \cdot x - w \cdot l = 0 \end{cases}$$

[1] Nous n'allons pas à ce stade nous interroger comment se dégagent w et p_x, ce qui passerait par le biais de l'introduction explicite de la monnaie, p.ex. sous la forme d'une masse monétaire M. On devrait toutefois aborder cette question plus tard.

Il en résulte que:

$$l_0 = \frac{H}{2}$$

$$T_0 = \frac{H}{2}$$

et

$$x_0 = \frac{w \cdot H}{2 \cdot p_x}$$

$$= \frac{w}{p_x} \cdot \frac{H}{2}$$

$$= \alpha \cdot \frac{H}{2}$$

L'introduction des grandeurs nominales p et w n'a absolument rien changé sur le plan des choix réels du consommateur.[1]

La quantité consommée du bien X est fonction du salaire réel $\frac{w}{p_x}$ qui est égal à la production marginale α tandis que la demande de loisir, qui est l'opposé de l'offre de travail, ne change pas, ce qui découle des caractéristiques de la fonction d'utilité Cobb-Douglas.

Il n'est pas possible, en général, que x ou l ou T soient fonction d'une seule des variables nominales, à moins qu'il n'existe une 'rigidité nominale' dont la possibilité même doit alors être intégrée au départ dans le modèle.

2. *Introduction de taxes. Analyse en termes réels*[2]

Une taxe inévitablement va prendre la forme d'une ponction réelle, soit sous la forme d'une quantité du bien X qui passe à l'Etat, soit, déjà en amont, sous la forme d'une appropriation de la ressource travail, en ce sens qu'une certaine quantité de travail est à « *effectuer* » à une activité au bénéfice directe de l'Etat et, partant, n'est plus disponible pour la production du bien X.

---

[1] On parle quelques fois d'« *absence d'illusion monétaire* ».

[2] Avant d'aborder les développements qui suivent, il est utile de relire la section 3 du titre I.

Nous allons, par la suite, nous situer toujours dans le scénario où la taxe prend la forme d'un prélèvement d'une quantité du bien X. A noter que même dans ce cas, l'on peut indirectement considérer une taxe comme une utilisation au bénéfice de l'Etat du travail correspondant à la production de la quantité afférente du bien X.

En présence d'une taxe, nous devons affiner nos notations.

Nous désignons par x_p la quantité produite – la production - du bien X, par x_r la quantité reçue – le revenu – par le producteur-consommateur, par x_c la quantité consommée – la consommation - par le consommateur-producteur du bien X et par x_t la quantité du bien X passée à l'Etat en tant que taxe.

S'il n'y a pas de taxe, on a l'identité :

production privée $\equiv$ revenu privé $\equiv$ consommation privée

$$x_p \equiv x_r \equiv x_c$$

On peut concevoir différents types de taxes, à savoir :

- une fraction β de la quantité produite, avec $x_t = \beta \cdot x_p$, $\beta \leq 1$
- une fraction h du revenu, avec $x_t = h \cdot x_p$, $h \leq 1$
- une fraction θ de la quantité consommée, avec $x_t = \theta \cdot x_c$, $\theta > 0$
- une quantité forfaitaire $\bar{x}$, avec $x_t = \bar{x}$
- une quantité j du bien X par unité de loisir l, avec $x_t = j \cdot l$
- une quantité ε du bien X par unité de travail, avec $x_t = \varepsilon \cdot T$

L'on peut représenter comme suit le rattachement de ces taxes à leurs bases imposables respectives.

$$\begin{tikzcd}
l \arrow[r] & T \arrow[r] & x_p \arrow[r] & x_r \arrow[r] & x_c \\
j \arrow[u, dashed] & \varepsilon \arrow[u, dashed] & \beta \arrow[u, dashed] & h \arrow[u, dashed] & \theta \arrow[u, dashed]
\end{tikzcd}$$

Il est par ailleurs possible de mettre en place simultanément plus d'une de ces taxes.

Nous allons, par la suite, analyser ces différentes types de taxes possibles, leurs conséquences respectives et les comparer sur la base de la question s'ils se distinguent structurellement et si oui, en quoi.

2.1. Une taxe sur la production

Rappelons la fonction de production où x_p indique la quantité produite :

$$x_p = \alpha \cdot T$$

Un impôt ne peut être prélevé que sous la forme réelle d'une certaine quantité du bien X.

Admettons que ceci se fasse sous forme d'une fraction β ($0<\beta<1$) qui est à transférer à l'Etat au moment de la production même ou au plus tard au moment du passage de la production au producteur-consommateur pour constituer le revenu de ce dernier.

Dans ce cas, en désignant par x_t l'impôt, on a que :

$$\begin{aligned} x_t &= \beta \cdot x_p \\ &= \beta \cdot \alpha \cdot T \\ &= \alpha \cdot \beta \cdot (H - l) \end{aligned}$$

Le consommateur-producteur, après la taxe, va recevoir un revenu $x_r = x_p - x_t$ qui va constituer sa consommation x_c.

$$\begin{aligned} x_c &= (1 - \beta) \cdot x_p \\ &= (1 - \beta) \cdot \alpha \cdot T \\ &= (1 - \beta) \cdot \alpha \cdot H - (1 - \beta) \cdot \alpha \cdot l \end{aligned}$$

Notons que :

$$\left| \frac{dx_c}{dl} \right| = (1 - \beta) \cdot \alpha < \alpha$$

En partant de la fonction d'utilité et en y remplaçant x_1 par cette dernière expression, on obtient :

$$\begin{aligned} U &= x_c \cdot l \\ &= ((1 - \beta) \cdot \alpha \cdot H - (1 - \beta) \cdot \alpha \cdot l) \cdot l \\ &= (1 - \beta) \cdot \alpha \cdot H \cdot l - (1 - \beta) \cdot \alpha \cdot l^2 \end{aligned}$$

Calculons la dérivée première et égalisons-la à zéro:

$$\frac{dU}{dl} = (1 - \beta) \cdot \alpha \cdot H - 2 \cdot (1 - \beta) \cdot \alpha \cdot l = 0$$

Il en résulte, en présence cette fois-ci, de la taxe $\bar{x} = \beta \cdot x_p$, que :

$$l_1 = \frac{H}{2}$$

$$T_1 = \frac{H}{2}$$

$$x_{c1} = (1 - \beta) \cdot \alpha \cdot \frac{H}{2}$$

On a $U_1 = x_{c1} \cdot l_1 = (1-\beta) \cdot \alpha \cdot \frac{H^2}{4}$.

La production x_p est $x_{p1} = \alpha \cdot \frac{H}{2}$. Comme α est donné et que T n'est pas affecté par la taxe, elle ne l'est pas non plus.

La partie de la production x_p qui prend la forme de la taxe est :

$$x_{t1} = \beta \cdot \alpha \cdot \frac{H}{2}$$

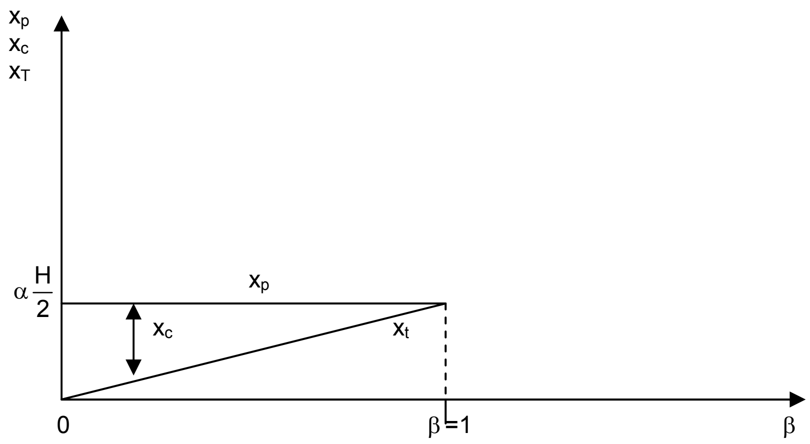
La partie de la production qui passe en consommation du producteur-consommateur est :

$$x_{c1} = (1 - \beta) \cdot \alpha \cdot \frac{H}{2}$$

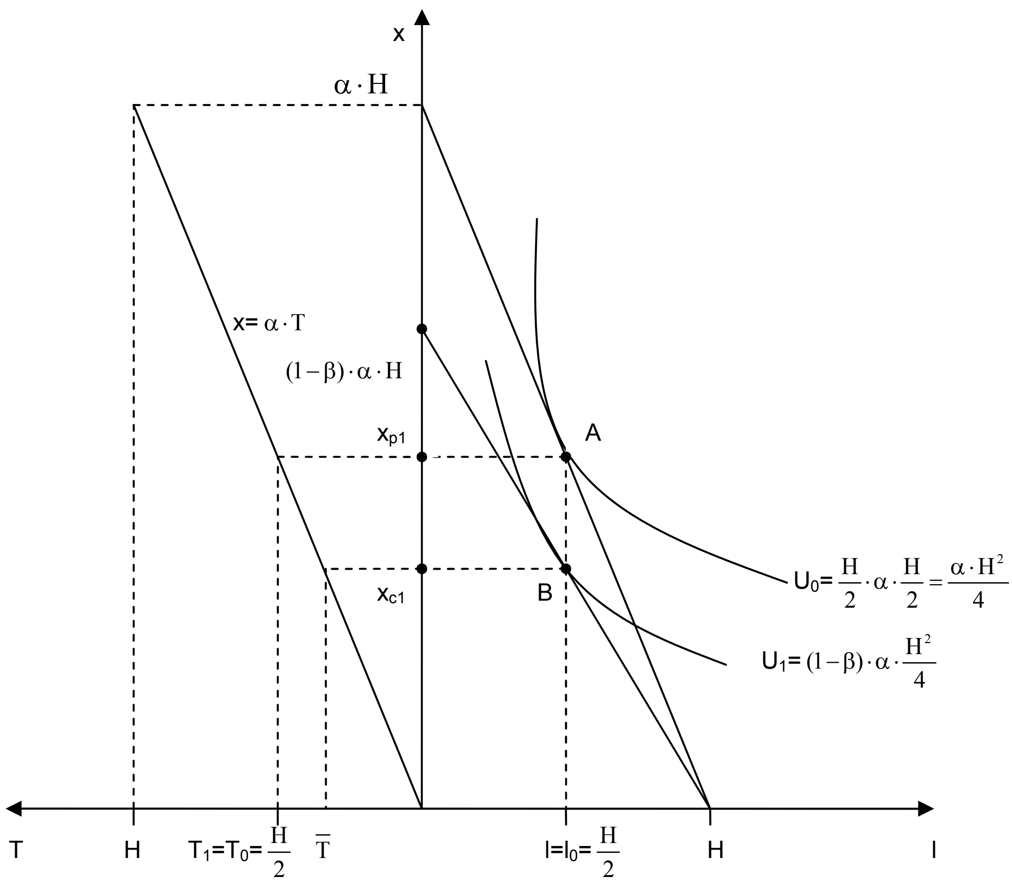
avec

$$x_{c1} + x_{t1} = x_{p1}$$

Les variations x_p, x_c et x_t évoluent comme suit en fonction de β :



Le graphique ci-après résume le modèle ci-dessus :



AB : taxe = x_{p1}-x_{c1}

Sans taxe, le consommateur-producteur va affecter l_0 unités de temps au loisir et T_0 unités de temps à la production du bien X.

Avec taxe, il va continuer à travailler T_0 unités, mais la quantité de travail dont l'effort lui revient sous forme de revenu disponible pour sa propre consommation du bien X n'est que de $\bar{T}$ unités de travail.

L'on peut donc dire que tout se passe comme si notre producteur avait mis à disposition de l'Etat la quantité de travail $T_0-\bar{T}$. Sous cet aspect, on peut « *rationaliser* » une affirmation comme celle de J. Stiglitz reprise dans l'unité 1.

Force est de noter encore que strictement parlant, le modèle développé n'est pas d'équilibre général.

La taxe est prélevée, mais il n'est prévu dans le modèle aucune utilisation de cette dernière.

La quantité du bien X prélevée pourrait servir à produire des services publics. Il faudrait alors intégrer cet aspect, en prenant en compte que les services publics peuvent soit être une condition nécessaire pour la production du bien X, soit, en les faisant entrer comme « *bien* » de consommation dans la fonction d'utilité même du producteur-consommateur.

La taxe pourrait également être redistribuée. Pour modéliser un tel effet de redistribution, il faudrait alors au moins deux consommateurs-producteurs non totalement identiques.

Nous n'allons pas passer à de telles généralisations.

En revanche, pour mieux encore saisir les rouages du modèle développé ci-dessus, interrogeons-nous ce qui se passerait si l'Etat remboursait au consommateur-producteur la taxe payée par ce dernier, donc que se passerait-il si l'Etat allait retourner au consommateur, sous forme d'un transfert, la taxe perçue de $\beta \cdot \alpha \cdot \frac{H}{2}$ unités du bien X ?

Si ce transfert est immédiat ou s'il est anticipé par le consommateur-producteur qu'il va se faire instantanément ou quasi instantanément, tout se passe comme s'il n'y avait pas de taxe. Le point A va tout simplement rester le point de production et de consommation, qu'il y ait taxe ou non.

Admettons maintenant que le retransfert ne soit pas immédiat au double sens ci-dessus. Alors, les choses se compliquent analytiquement.

La question posée comporte inévitablement une dimension temporelle tandis que notre modèle en soi est atemporel.

Essayons néanmoins de progresser analytiquement sans « *quitter* » notre modèle.

Distinguons deux périodes ; la première celle de notre analyse à ce stade ; la deuxième, celle où la taxe perçue lors de la première période est retournée et supposons que lors de cette deuxième période, il n'y ait plus de taxe.

Il faut comparer le scénario où il n'y a pas de taxe pendant les deux périodes avec un scénario ou il existe une taxe en première période avec en deuxième période une abolition de la taxe avec remboursement du montant de la taxe perçue en première période.

Pour le scénario premier, les choses sont simples. Les deux périodes sont l'égale l'une de l'autre.

Appelons ces périodes t_0 et t_1, on a :

Scénario 1

	t_0	t_1
x	$\alpha \cdot \frac{H}{2}$	$\alpha \cdot \frac{H}{2}$
I	$\frac{H}{2}$	$\frac{H}{2}$

Pour le scénario 2, on connaît de nos analyses les résultats de la première période, mais il faut encore calculer ceux de la deuxième.

Scénario 2

	t_0	t_1
x	$(1-\beta) \cdot \alpha \cdot \frac{H}{2}$	
I	$\frac{H}{2}$	

Passons à ce calcul.

On a en deuxième période, en tenant compte du remboursement de la taxe de la première période :

$$x_c = \alpha \cdot x_p + \beta \cdot \alpha \cdot \frac{H}{2}$$

soit

$$x_c = \alpha \cdot H - \alpha \cdot I + \beta \cdot \alpha \cdot \frac{H}{2}$$

La fonction d'utilité peut alors s'écrire :

$$U = x_c \cdot I$$

$$= \left(\alpha \cdot H - \alpha \cdot I + \beta \cdot \alpha \cdot \frac{H}{2}\right) \cdot I$$

$$= \alpha \cdot H \cdot I - \alpha \cdot I^2 + \beta \cdot \alpha \cdot \frac{H}{2} \cdot I$$

En calculant la dérivée première pour l'annuler, on obtient:

$$\frac{dU}{dI} = \alpha \cdot H - 2 \cdot \alpha \cdot I + \beta \cdot \alpha \cdot \frac{H}{2} = 0$$

Il s'ensuit que:

$$2 \cdot \alpha \cdot I = \alpha \cdot H + \beta \cdot \alpha \cdot \frac{H}{2}$$

$$2 \cdot \alpha \cdot I = \alpha \cdot H \cdot \left(1 + \frac{\beta}{2}\right)$$

$$I = \frac{H}{2} \cdot \left(1 + \frac{\beta}{2}\right)$$

D'où:

$$x_c = \alpha \cdot H - \alpha \cdot \frac{H}{2} \cdot \left(1 + \frac{\beta}{2}\right) + \beta \cdot \alpha \cdot \frac{H}{2}$$

$$= \alpha \cdot H \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{\beta}{2}\right) + \frac{\beta}{2}\right)$$

$$= \alpha \cdot \frac{H}{2} \cdot \left(2 - \left(1 + \frac{\beta}{2}\right) + \beta\right)$$

$$= \alpha \cdot \frac{H}{2} \cdot \left(2 - 1 - \frac{\beta}{2} + \beta\right)$$

$$= \alpha \cdot \frac{H}{2} \cdot \left(1 + \frac{\beta}{2}\right)$$

Donc, pour le scénario 2, on a :

Scénario 2

	t_0	t_1
x	$(1-\beta) \cdot \alpha \cdot \frac{H}{2}$	$\alpha \cdot \frac{H}{2} \cdot \left(1 + \frac{\beta}{2}\right)$
I	$\frac{H}{2}$	$\frac{H}{2} \cdot \left(1 + \frac{\beta}{2}\right)$

Comment maintenant comparer les deux scénarios « *temporels* » ?

Faut-il pour chaque scénario calculer une utilité en première et une utilité en deuxième période et les additionner pour comparer les totaux afférents des deux scénarios, ou, par contre, faut-il, pour chaque scénario, additionner les quantités I et x_c sur les deux périodes, calculer une utilité unique sur ces deux périodes et comparer les scénarios à travers ces utilités uniques ?[1]

C'est la deuxième approche qui est l'approche cohérente puisqu'elle réduit la problématique à un niveau compatible avec l'hypothèse de base d'atemporalité sur laquelle ont reposé les conclusions précédentes.

On obtient :

Scénario 1

	t_0	t_1	total
x	$\alpha \cdot \frac{H}{2}$	$\alpha \cdot \frac{H}{2}$	$\alpha \cdot H$
I	$\frac{H}{2}$	$\frac{H}{2}$	H

D'où une utilité pour le scénario 1 :

$$U^1 = \alpha \cdot H \cdot H = \alpha \cdot H^2$$

Pour le scénario 2, on a:

Scénario 2

	t_0	t_1	total
x	$(1-\beta)\cdot \alpha \cdot \frac{H}{2}$	$\alpha \cdot \frac{H}{2} \cdot \left(1+\frac{\beta}{2}\right)$	$\alpha \cdot H\left(1-\frac{\beta}{4}\right)$
I	$\frac{H}{2}$	$\frac{H}{2} \cdot \left(1+\frac{\beta}{2}\right)$	$H\cdot \left(1+\frac{\beta}{4}\right)$

En termes d'utilité, on obtient :

$$U^2 = \alpha \cdot H \cdot \left(1-\frac{\beta}{4}\right) \cdot H \cdot \left(1+\frac{\beta}{4}\right)$$

$$= \alpha \cdot H^2 \cdot \left(1-\frac{\beta}{4}\right)^2$$

Force est de constater que $\left(1-\frac{\beta}{4}\right)^2 < 1$ puisque $\beta < 1$.

---

1 Avec cette approche, on évite que la propriété exposée à la fin de la section 1.3 du titre précédent développe un effet analytique pervers.

Il en résulte que :

$$U^1 > U^2$$

Donc, le consommateur préfère l'absence de taxe (scénario 1) au scénario où il y a une taxe en première période et où en deuxième période celle-ci est abolie avec, de surcroît, un remboursement du montant de la taxe payée en première période.

Exercice

Ce résultat s'appliquerait-il également à une taxe forfaitaire ?

2.2. Une taxe ε sur le travail T

Exercice

Montrez qu'une taxe ε sur le travail T et une taxe β sur la production x_p reviennent structurellement exactement au même et indiquez la relation entre les deux qui assure que tel est également le cas pour la quantité de la production prélevée sous forme d'impôt.

2.3. Une taxe h sur le revenu

Exercices

(i) Montrez qu'une taxe h sur le revenu x_p et une taxe β sur la production reviennent structurellement exactement au même et indiquez la relation entre les deux qui assurent que tel est aussi le cas pour le montant de l'impôt prélevé.

(ii) Montrez que mettre en place une seule de ces trois taxes ou en mettre simultanément en place deux, voire trois, revient au même dans ce modèle.

2.4. Une taxe θ sur la consommation

Au niveau de la consommation, qui se situe au bout de la chaîne production-revenu-consommation, un impôt sur cette dernière ne peut pas être défini directement comme un pourcentage de la consommation même mais uniquement comme une quantité θ du bien X par unité du bien X consommée, avec θ>1.

Dans ce cas, on a :

$$x_t = \theta \cdot x_c$$

et

$$x_t + x_c = x_p$$

Nous avons alors[1] :

$$x_c = x_p - x_t$$

$$x_c = x_p - \theta \cdot x_c$$

$$(1 + \theta) \cdot x_c = x_p$$

Il en résulte que :

$$x_c = \frac{1}{1+\theta} \cdot x_p$$

De la sorte, on peut exprimer l'impôt sur la consommation, θ, défini comme autant d'unités du bien X par unité consommée, comme une fraction de la quantité produite x_p.

Soit, à titre d'exemple $\theta = 2$, c'est-à-dire qu'il faut payer une taxe de 2 unités du bien X par unité consommée et soit x_p=30. Dans ce cas, il reste au contribuable producteur $\frac{30}{1+2} = 10$ unités pour la consommation à côté d'un paiement concomitant d'une taxe de 10·2=20 unités du bien X.[2]

Nous pouvons écrire l'équation ci-dessus encore comme :

$$(1 + \theta) \cdot x_c = \alpha \cdot (H - I)$$

$$(1 + \theta) \cdot x_c = \alpha \cdot H - \alpha \cdot I$$

$$x_c = \frac{1}{1+\theta} \cdot \alpha \cdot H - \frac{1}{1+\theta} \cdot \alpha \cdot I \qquad (*)$$

---

1 Nous avons x_p=x_r et on peut dès lors faire abstraction de x_r dans les développements ci-après.

2 Si p.ex. θ =3, on a x_t=3·x_c et x_p=x_c+3·x_c, donc $x_c = \frac{1}{4} \cdot x_p$ et $x_t = \frac{3}{4} \cdot x_p$.

On a également sur le plan de la taxe :

$$x_t = \theta \cdot x_c$$

$$x_t = \frac{\theta}{1+\theta} \cdot \alpha \cdot (H - l)$$

$$= \frac{\theta}{1+\theta} \cdot \alpha \cdot H - \frac{\theta}{1+\theta} \cdot \alpha \cdot l$$

Notons que $\left|\frac{dx_t}{dl}\right| = \frac{1}{1+\theta} \cdot \alpha < \alpha$.

Nous pouvons maintenant analyser le choix optimal du consommateur-producteur en remplaçant dans la fonction d'utilité x_c par l'expression (*).

Aussi obtient-on :

$$U = x_c \cdot l$$

$$= \left(\frac{\alpha}{1+\theta} \cdot H - \frac{\alpha}{1+\theta} \cdot l\right) \cdot l$$

$$= \frac{\alpha}{1+\theta} \cdot H \cdot l - \frac{\alpha}{1+\theta} \cdot l^2$$

Calculons la dérivée première et annulons-la :

$$\frac{dU}{dl} = \frac{\alpha}{1+\theta} \cdot H - \frac{\alpha}{1+\theta} \cdot 2 \cdot l = 0$$

Il s'ensuit que :

$$l'_1 = \frac{H}{2}$$

et

$$T'_1 = H - \frac{H}{2} = \frac{H}{2}$$

Il s'ensuit que:

$$x'_{p1} = \alpha \cdot \frac{H}{2}$$

et que :

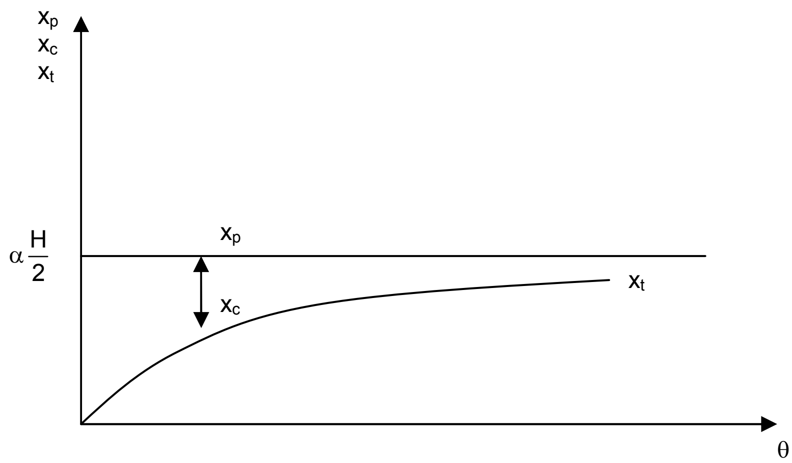
$$x'_{c1} = x'_{p1} - x'_{t1}$$

$$= \alpha \cdot \frac{H}{2} - \theta \cdot x'_{c1}$$

$$\Rightarrow \qquad x'_{c1} = \frac{\alpha}{1+\theta} \cdot \frac{H}{2} = \frac{1}{1+\theta} \cdot x_{c0}$$

La quantité fiscale est $x'_{t1} = \frac{\theta \cdot \alpha}{1+\theta} \cdot \frac{H}{2} = \frac{1}{1+\frac{1}{\theta}} \cdot \frac{\alpha H}{2}$

Les grandeurs x_p, x_c et x_t évoluent comme suit en fonction de θ :



Exercice

Comment la recette fiscale évolue-t-elle en fonction de θ ?

On remarque la différence entre p.ex. la quantité optimale x_c avec cette taxe θ et celle avec la taxe β sur la production.

$$x'_{c1} = \frac{1}{1+\theta} \cdot \alpha \cdot \frac{H}{2}$$

et

$$x_{c1} = (1 - \beta) \cdot \alpha \cdot \frac{H}{2}$$

Cette différence n'est toutefois pas structurelle. Les deux taxes ont les mêmes effets qualitatifs.

Qui plus est, elles dégagent exactement le même résultat s'ils satisfont une relation donnée qui se dégage en analysant à quelle condition on a que :

$$\frac{1}{1+\theta} \cdot \alpha \cdot \frac{H}{2} = (1 - \beta) \cdot \alpha \cdot \frac{H}{2}$$

Tel est le cas si :

$$\frac{1}{1+\theta} = (1 - \beta)$$

donc si :

$$\beta = \frac{\theta}{1+\theta}$$

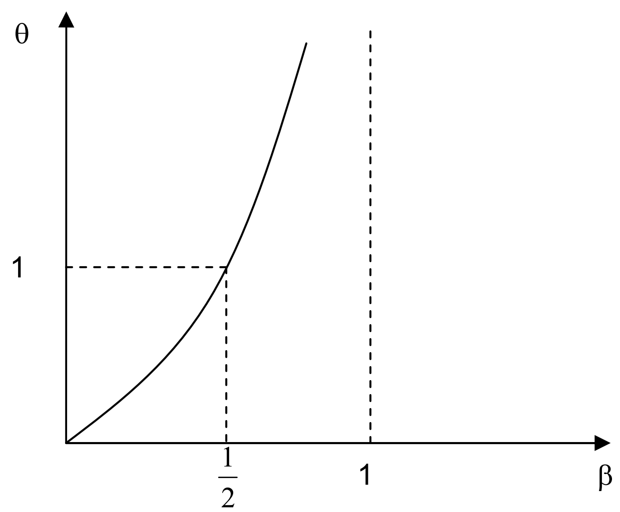
ou, autrement, si :

$$\theta = \frac{\beta}{1-\beta}$$

Toute combinaison de β et θ qui respecte cette relation va avoir comme conséquence les mêmes résultats réels et la même recette fiscale réelle de l'Etat.

Ce lien entre θ et β montre que la différence entre les deux taxes n'est pas structurelle, mais uniquement de degré.

Graphiquement, on a :



A titre d'exemple, à un impôt sur la production égale à $\beta = 50\%$ de cette dernière correspond un impôt sur la consommation θ égal à une unité ($\theta = 1$) du bien X par unité produite de ce dernier.

Notons que l'impôt sur la consommation ne peut jamais être égal à la production même puisqu'il faut une « *consommation minimale* » pour qu'il existe une base pour l'impôt.

<u>Exercice</u>

Est-il logiquement possible qu'une taxe soit égale :

- à toutes les unités produites ;
- à toutes les unités obtenues comme revenu ;
- à toutes les unités consommées ;
- à toutes les unités non consommées ?

2.5. Une taxe forfaitaire

Dans les deux sous-sections précédentes, l'impôt fut formulé respectivement comme un pourcentage β de la production réelle, x_p, ou un montant θ de la partie consommée, x_c, par le producteur-consommateur.

On peut également formuler l'impôt comme un montant forfaitaire $x_t=\bar{x}$ défini par l'Etat, donc d'un montant qui n'est pas dépendant des choix du producteur-consommateur et du niveau de production x_p.

C'est toujours, in fine, le facteur de production qui supporte la taxe.

Dans ce cas[1], on a :

$$x_p = x_c + \bar{x}$$

La fonction d'utilité s'écrit :

$$\begin{aligned} U &= x_c \cdot l \\ &= (x_p - \bar{x}) \cdot l \\ &= (\alpha \cdot T - \bar{x}) \cdot l \\ &= \alpha \cdot (H - l) \cdot l - \bar{x} \cdot l \\ &= \alpha \cdot H \cdot l - \alpha \cdot l^2 - \bar{x} \cdot l \end{aligned}$$

---

[1] Notons que si techniquement $\bar{x}$ est prélevé sur la production, x_p, on a $x_r=x_p-\bar{x}$ et $x_c=x_r$, de sorte que $x_c=x_p-\bar{x}$. Si techniquement $\bar{x}$ est prélevé sur le revenu x_r, on a $x_p=x_r$ et $x_c=x_r-\bar{x}$, de sorte que de nouveau, on a $x_c=x_r-\bar{x}=x_p-\bar{x}$.

La dérivée première, annulée, donne :

$$\frac{dU}{dl} = \alpha \cdot H - 2 \cdot \alpha \cdot l - l = 0$$

Il en découle que :

$$2 \cdot \alpha \cdot l = \alpha \cdot H - \bar{x}$$

$$\Rightarrow \qquad l_1'' = \frac{H}{2} - \frac{\bar{x}}{2 \cdot \alpha} = \frac{1}{2} \cdot \left(H - \frac{\bar{x}}{\alpha} \right)$$

et donc

$$T_1'' = H - l_1'$$

$$= \frac{H}{2} + \frac{\bar{x}}{2 \cdot \alpha}$$

Par ailleurs, on a sur le plan de la production :

$$x_{p1}'' = \alpha \cdot \frac{H}{2} + \frac{\bar{x}}{2}$$

$$\Rightarrow \qquad x_{c1}'' = x_p'' - \bar{x}$$

$$\Rightarrow \qquad x_{c1}'' = \alpha \cdot \frac{H}{2} - \frac{\bar{x}}{2} = \frac{1}{2} \cdot (\alpha \cdot H - \bar{x})$$

On a $\quad U'' = x_{c1}'' \cdot l_1''$

$$= \frac{1}{2} \cdot (\alpha \cdot H - \bar{x}) \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(H - \frac{\bar{x}}{\alpha} \right)$$

$$= \frac{1}{4} \cdot (\alpha \cdot H - \bar{x}) \cdot \left(H - \frac{\bar{x}}{\alpha} \right)$$

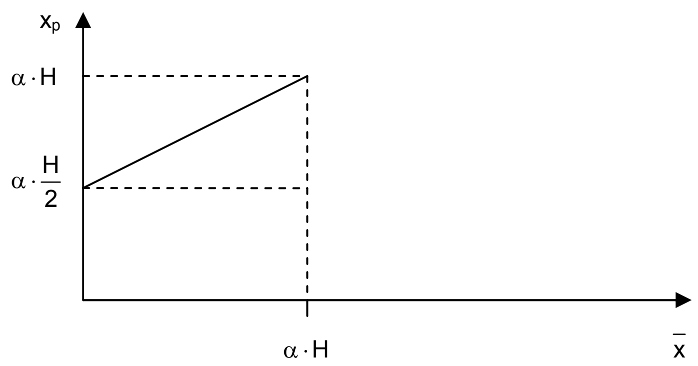
$$= \frac{1}{4} \cdot \alpha \cdot \left(H - \frac{\bar{x}}{\alpha} \right)^2$$

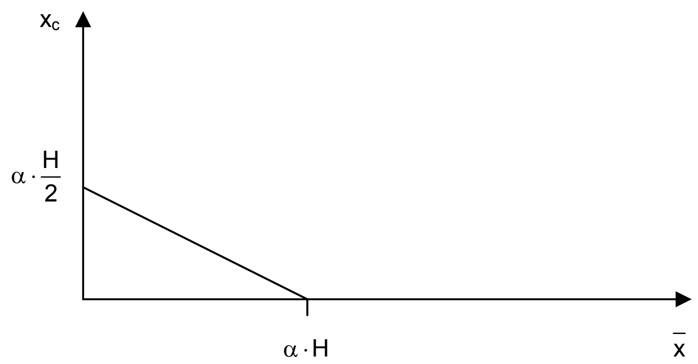
Ici, on trouve le résultat, a priori, remarquable que l'introduction d'une taxe forfaitaire va, tout en diminuant l'utilité du consommateur-producteur à travers une baisse de la quantité consommée du bien X et du loisir par rapport à la situation sans taxe forfaitaire, avoir pour conséquence une augmentation de la production de l'économie, en l'occurrence de la production du bien X.

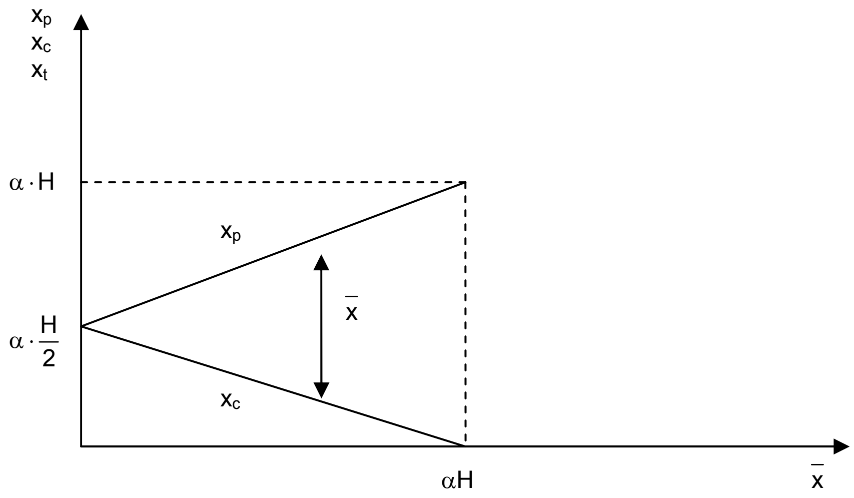
Ceci s'explique par le fait que, contrairement à ce qui se passe pour les taxes β et θ, l'introduction de la taxe forfaitaire aura pour conséquence, en présence de la fonction d'utilité Cobb-Douglas – mais également d'autres fonctions, qui traitent le bien X et les loisirs comme des biens normaux – une diminution de la « *quantité* » du loisir et donc une augmentation du travail et, partant, de la production du bien X. Inversement, une abolition d'une taxe forfaitaire entraînerait une baisse de la production de cette économie.

Ce résultat est contre-intuitif dans la mesure où il est généralement déclaré, comme s'il s'agissait d'une vérité scientifique, qu'un impôt ne peut que diminuer la production.

Graphiquement, on a :







Le consommateur-producteur devrait travailler plus pour une consommation donnée du bien X, ou autrement, pour jouir d'une quantité donnée de loisir, il va maintenant devoir consommer moins.

Notons également que strictement parlant, notre modèle n'est pas d'équilibre général, puisqu'il faut encore prendre en considération l'utilisation même de l'impôt x_t prélevé.

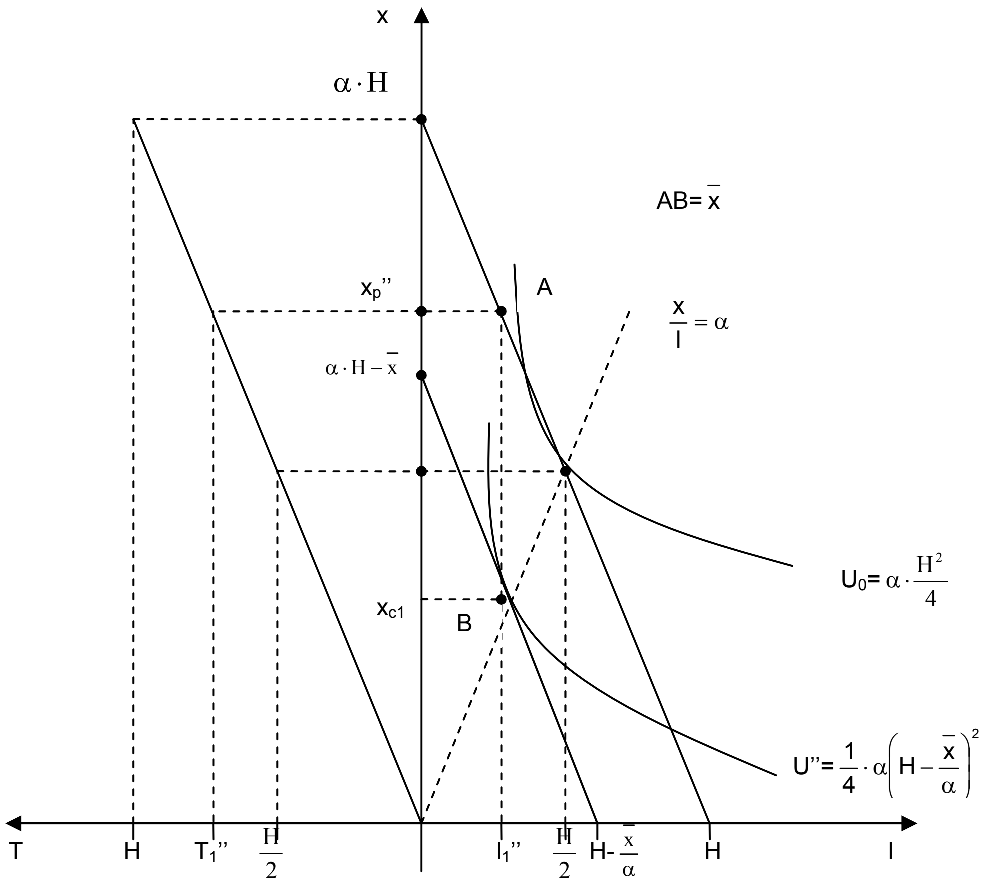
Sur ce plan, une possibilité serait de considérer que les $\bar{x}$ entrent dans la fonction d'utilité du producteur-consommateur sous forme d'un service public, 'représenté' précisément par $\bar{x}$. Dans ce cas, différentes formes de la fonction d'utilité sont concevables, comme :

$$U = x_1 \cdot l \cdot \bar{x}$$

ou

$$U = (x_1 + \bar{x}) \cdot l$$

Le graphique ci-après reprend le cas qui vient d'être passé en revue de la taxe forfaitaire.



Exercices

(i) Supposez que l'Etat rembourse la taxe forfaitaire au consommateur. Analysez ce cas à l'instar de l'analyse dans la section 2.1 pour montrer que cette fois-ci les deux scénarios reviennent au même.

(ii) Fixez la taxe forfaitaire $\bar{x}$ à $\beta \cdot \alpha \cdot \frac{H}{2}$, la recette fiscale réalisée par l'Etat avec la taxe β de la section 2.1. et montrez qu'à recette fiscale donnée, le consommateur aura une utilité supérieure avec la taxe forfaitaire $\bar{x} = \beta \cdot \alpha \cdot \frac{H}{2}$ qu'avec la taxe β.

De combien devrait être la taxe forfaitaire pour que les utilités soient égales et donc de combien la taxe forfaitaire devrait-elle dépasser la recette de la taxe unitaire ?

(iii) Quel est l'impact d'une taxe forfaitaire $\bar{x}$ sur le produit national (intérieur) ?

2.6. Une taxe j sur le loisir l

Une taxe est introduite sur le loisir, sans préjudice des remarques précédentes sur la praticabilité d'une telle taxe.

Une taxe sur le loisir ne peut pas être exprimée, à l'instar d'une taxe dont l'objet est la production du bien X, comme une fraction du loisir.

Inévitablement, la taxe sur le loisir doit avoir pour dimension un certain nombre d'unités du bien X par unité de loisir.

Soit donc j une telle taxe. On a donc :

$$x_t = j \cdot l$$

Il s'ensuit que :

$$x_p = x_c + j \cdot l$$

$$\alpha \cdot T = x_c + j \cdot l$$

$$\alpha \cdot H - \alpha \cdot l = x_c + j \cdot l$$

$$x_c = \alpha \cdot H - (\alpha + j) \cdot l$$

En remplaçant dans la fonction d'utilité, l'expression trouvée pour x_c, on obtient :

$$U = x_c \cdot l$$

$$= (\alpha \cdot H - (\alpha + j) \cdot l) \cdot l$$

$$U = \alpha \cdot H \cdot l - (\alpha + j) \cdot l^2$$

Calculons la dérivée par rapport à l pour l'annuler :

$$\frac{dU}{dl} = \alpha \cdot H - 2 \cdot (\alpha + j) \cdot l = 0$$

En résolvant cette dernière équation, l'on trouve que :

$$\tilde{l} = \frac{\alpha}{\alpha + j} \cdot \frac{H}{2}$$

Il s'ensuit que le travail fourni $\tilde{T}$ est :

$$\tilde{T} = H - l = H - \frac{\alpha}{\alpha + j} \cdot \frac{H}{2}$$

$$= \frac{H}{2} \cdot \left(2 - \frac{\alpha}{\alpha + j}\right)$$

$$= \frac{H}{2} \cdot \frac{\alpha + 2 \cdot j}{\alpha + j} > \frac{H}{2}$$

Sur le plan du choix de consommation, on a:

$$\tilde{x}_c = \alpha \cdot H - (\alpha + j) \cdot \frac{\alpha}{\alpha + j} \cdot \frac{H}{2}$$

$$= \alpha \cdot H - \alpha \cdot \frac{H}{2}$$

$$= \alpha \cdot \frac{H}{2}$$

Quant à la production :

$$\tilde{x}_p = \alpha \cdot \frac{H}{2} \cdot \frac{\alpha + 2 \cdot j}{\alpha + j} = \alpha \cdot \frac{H}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{j}}\right)$$

La recette fiscale est :

$$\tilde{x}_t = j \cdot l$$

$$= \frac{j \cdot \alpha}{\alpha + j} \cdot \frac{H}{2}$$

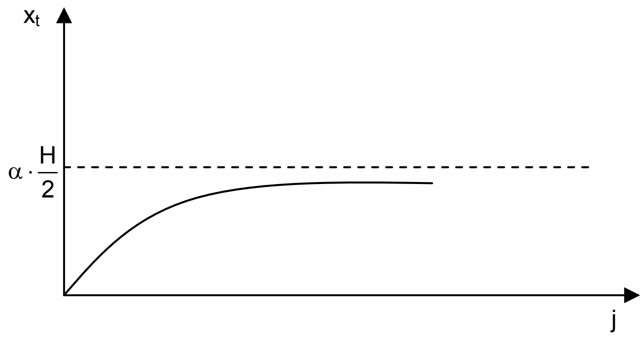
$$= \frac{\alpha}{1 + \frac{\alpha}{j}} \cdot \frac{H}{2}$$

$$= \alpha \cdot \frac{H}{2} \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{\alpha}{j}}\right)$$

On constate que :

$$\lim_{j\to\infty} \tilde{x}_t = \lim_{j\to\infty} \frac{\alpha}{1+\frac{\alpha}{j}} \cdot \frac{H}{2} = \alpha \cdot \frac{H}{2}$$

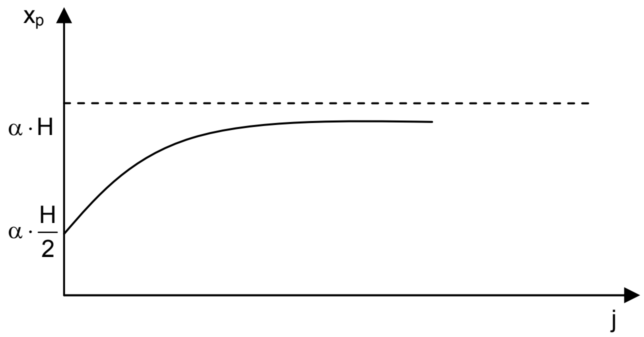
Graphiquement :



L'introduction d'une taxe j sur le loisir ou une augmentation de celle-ci a pour conséquence de diminuer le loisir l, donc d'augmenter le travail T et, partant, la quantité produite x_p.

L'augmentation de la quantité produite, suite à l'introduction ou l'augmentation de la taxe, passe entièrement et exactement à l'Etat sous forme d'impôt, ce qui fait qu'avec l'introduction ou l'augmentation d'une taxe j>0 la quantité consommée x_c ne change pas, pour rester toujours égale à $\alpha \cdot \frac{H}{2}$.

Pour la production x_p, on a :

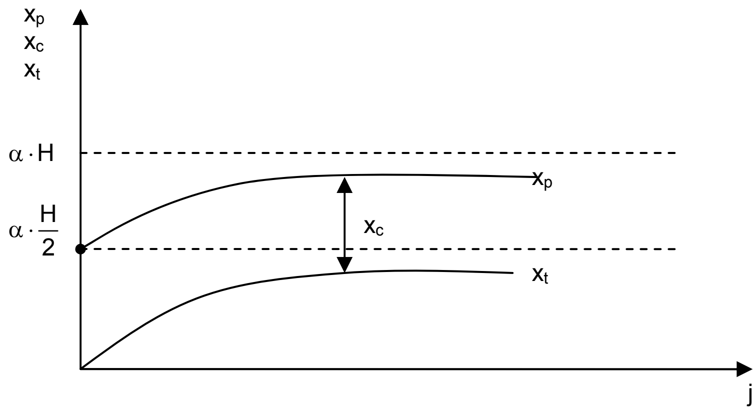


On a, avec toujours $x_c = \alpha \cdot \frac{H}{2}$, que :

$$\lim_{j\to\infty} x_p = \alpha \cdot H$$

$$\lim_{j \to \infty} x_t = \alpha \cdot \frac{H}{2}$$

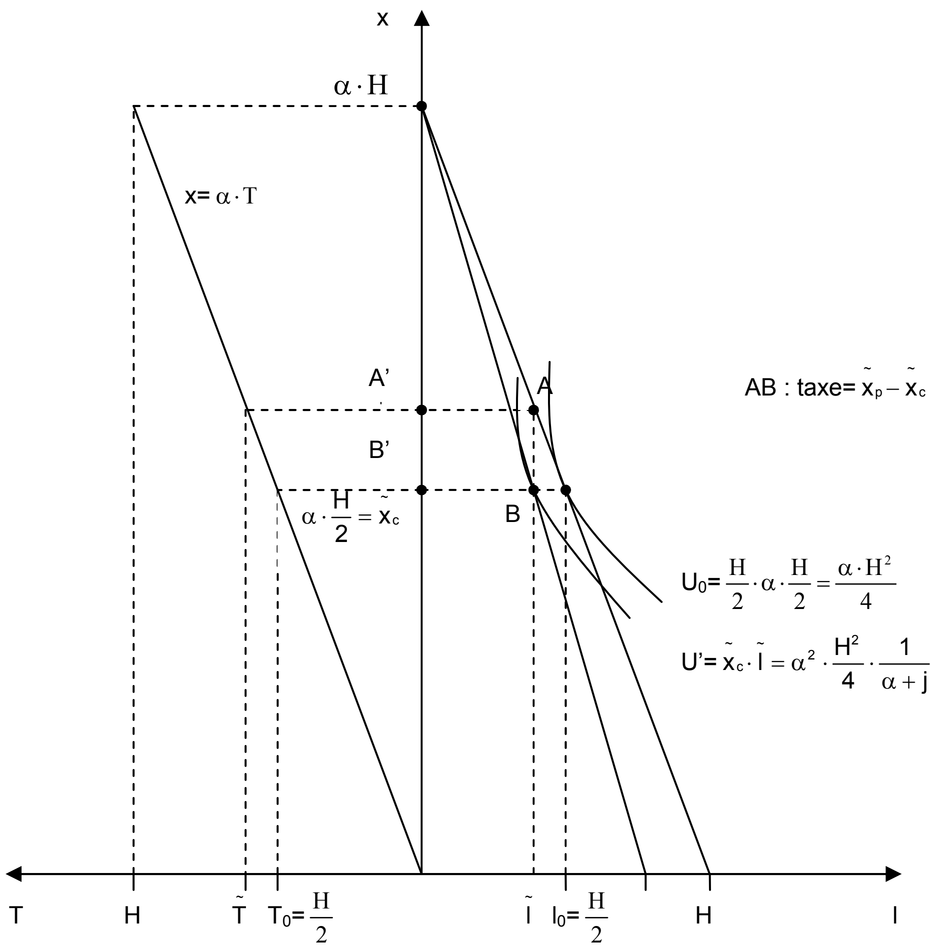
Cela donne :



<u>Exercice</u>

Pourquoi une taxe j sur le loisir l a-t-elle d'autres conséquences que les taxes respectivement β et θ sur le bien X ?

Graphiquement, on a pour une taxe j sur le loisir :



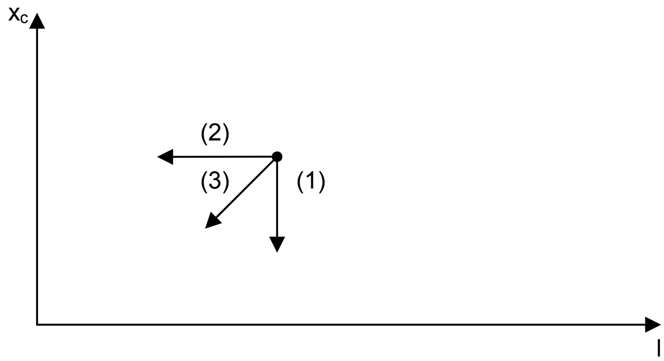
En résumant, on peut à ce stade noter :

- qu'une taxe sur la consommation du bien X (il en est de même pour une taxe sur la production du bien X ou une taxe sur le revenu du travail) va avoir pour impacts, d'un côté, de laisser inchangé l et donc la quantité produite du bien X, et, de l'autre côté, de diminuer la quantité consommée du bien X, à raison même du volume de la taxe (mouvement (1) du graphique ci-après) ;

- qu'une taxe sur le loisir l va avoir pour impact, d'un côté, de réduire l et donc d'augmenter, à travers une augmentation du facteur de production travail, la quantité produite du bien X (distance A'B') et, de l'autre côté, de laisser inchangée la quantité consommée du bien X (mouvement (2)) ;

- qu'une taxe forfaitaire aura pour impacts, premièrement, de diminuer le loisir l, donc d'augmenter la production du bien X et, deuxièmement, de réduire la quantité produite du bien X (mouvement (3)).

Le graphique ci-après résume qualitativement, en indiquant les directions respectives des mouvements, ces trois cas :



Exercices

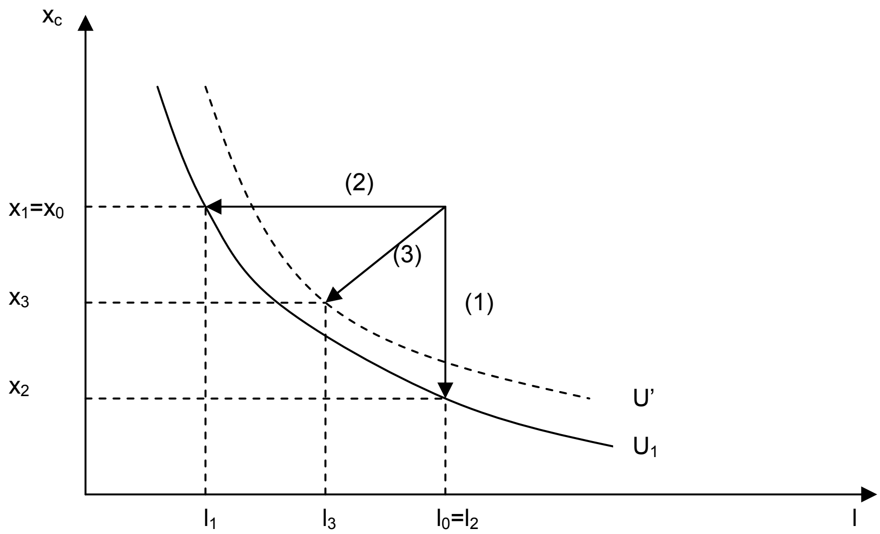
(i) Vérifiez si le résultat ci-après est exact.

Soit une taxe sur la consommation du bien X (1) qui dégage la même recette qu'une taxe sur le loisir l (2).

Soit une taxe forfaitaire (3) qui comporte la même recette fiscale que (1) et (2).

Peut-on alors dire que l'utilité, U_1, associée aux cas (1) et (2) est la même et inférieure à celle associée au cas (3), U' ?

Autrement dit, le graphique ci-après est-il exacte ?



(ii) Comment varient x_p, x_c et x_t si j est augmenté ?